

PROBLEME PROPUSE PENTRU LICEU

Clasa a IX-a

1. Dacă a, b, c sunt numere reale pozitive iar x, y, z numere reale, atunci:

$$a(1+xy)\sqrt{1+z^2} + b(1+zy)\sqrt{1+x^2} + c(1+zx)\sqrt{1+y^2} \leq (a+b+c)\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)(1+z^2)}.$$

elev Alexandru Negrescu, Botoșani

2. Dacă a și b sunt două numere naturale, iar $a + b = 2k$, unde k este un număr natural, demonștrăți că $a^2 + b^2 \geq 2k^2$. Generalizați problema pentru a, b și $k \in \mathbb{R}$.

Vasile Coman, Vălenii de Munte

3. Fie $a, n \in \mathbb{N}^*, n \geq 2$. Să se arate că nu există sisteme de numerație în care:

$$a^n = \underbrace{aa \dots a}_{n \text{ ori}}.$$

Gheorghe Stoica profesor, Petroșani

4. Fie predicatul $p(x)$: „ $x^4 - 2\sqrt{5}x^3 + 7x^2 - 2\sqrt{5}x + 1 \leq 0$ ”, cu domeniul D . Să se determine valoarea de adevăr a propoziției „ $(\exists x) p(x)$ ” în cazurile :

- a) $D = \mathbb{Q}$; b) $D = \mathbb{R}$.

Ion Ureche, Rm. Vâlcea

5. Arătați că pentru orice număr prim $p, p \geq 5$, expresia $E = 2^p + p^2$ este divizibilă cu 3.

Dan Coma, Vădăstrița, Olt

Clasa a X-a

1. Fie (a, b, c) rezultatul aruncării a trei zaruri identice. Să se determine probabilitatea ca tripletul (a, b, c) să reprezinte lungimile laturilor unui triunghi,

Mihaela Teler, studentă, București, Marian Teler, profesor, Costești

2. Rezolvați sistemul:
$$\begin{cases} 2^x + 5 \log_{\frac{1}{2}} y = 3 \\ x^3 + 2^y = 31 \end{cases}.$$

3. Fie a, b, c lungimile laturilor unui triunghi. Arătați că:

$$a^7 + b^7 + 7abc(a^2 + ab + b^2) > c^7.$$

Lucian Tușescu, Craiova

4. Să se rezolve în $\mathbb{C}$ ecuația: $(x^2 + 1)^2 - 2x(1 - x^2) = 0$.

Miron Oprea, Ploiești

5. Să se determine maximul expresiei:

$$E = \left(1 - \frac{r}{r_a}\right) \left(1 - \frac{r}{r_b}\right) \left(1 - \frac{r}{r_c}\right) \text{ unde } r \text{ este raza cercului înscris iar } r_a, r_b, r_c \text{ sunt razele}$$

cercurilor exânscrie triunghiului oarecare ABC.

Dan Coma, Vădăstrița, Olt

Clasa a XI-a

1. Se dă matricea $A \in M_n(\mathbb{Z}), n \geq 2$. Să se demonstreze că dacă determinantul matricei A este număr întreg impar, atunci matricea are cel puțin n elemente numere întregi impare și cel puțin un element număr întreg par.

Marian Teler, profesor Costești

2. Să se calculeze suma rădăcinilor ecuației:

$$x + 1 = 2 \log_2(2^x + 3) - 2 \log_4(2006 - 2^{-x}).$$

Florin Smeureanu, Rm. Vâlcea

3. La o grădină zoologică a fost adus un pui de femelă de zero ani dintr-o specie care naște începând de la 3 ani câte 6 pui de același sex, alternativ un an masculi, un an femele începând cu masculii. Determinați numărul de animale din specia respectivă, existent la grădina zoologică după n ani.

Luca Cristian, Ploiești

4. Fie funcția $f : \{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1\} \rightarrow (0, \infty)$, $f(z) = |az + b|$; $a, b \in \mathbb{C}^*$ sunt date.

a) Demonstrați că $f\left(\frac{|a|b}{|b|a}\right) = |a| + |b|$.

b) Calculați $\max_{x \in \mathbb{C}, |x|=1} f(x)$.

- c) Determinați toate valorile lui z pentru care se realizează maximum funcției f .

Cristinel Mortici, Târgoviște

5. Fie șirul dat prin $a_1 = e$, $a_2 = e^2$ și $a_3 = \frac{1}{e}$. Dacă (a_n) este definit prin relația

$$a_{n+3} = \frac{a_{n+2}^2 \cdot a_{n+1}^5}{a_n^6}, \forall n \geq 1, \text{ determinați limita șirului } a_n.$$

Vasile Coman, Vălenii de Munte

Clasa a XII-a

1. Pentru $a \in \mathbb{R}^*$, $b \in (0, \infty)$ se consideră mulțimea $G = (a - b, a + b)$ și legea de compoziție $x \circ y = \frac{1}{a} \cdot \frac{(ax - a^2 + b^2)(ay - a^2 + b^2) + b^2(a^2 - b^2)}{(x - a)(y - a) + b^2}$, $(\forall)x, y \in G$

a) Să se determine elementul neutru.

b) Să se demonstreze că orice element din mulțimea G are simetric.

Marian Teler, Costești

2. Considerăm funcțiile continue $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ unde f este monotonă iar g impară și crescătoare. Arătați că $\int_{-a}^a g(x)f(f(x))dx \geq 0$, oricare ar fi $a > 0$.

Ion Ureche, Rm. Vâlcea

3. Să se calculeze limita: $L = \lim_{n \rightarrow \infty} n \int_n^{2n} \frac{x^{1001} + 2005}{\sqrt{x^{2006} + 1}} dx$.

Lucian Tuțescu, Craiova

4. Fie f un polinom de o nedeterminată cu coeficienți întregi. Să se arate că dacă niciunul dintre numerele $f(-1)$, $f(0)$ și $f(1)$ nu este divizibil cu 3 atunci ecuația $f(X) = 0$ nu are rădăcini întregi.

Miron Oprea, Ploiești

**A XXXIII-A SESIUNE DE COMUNICĂRI METODICO-
ȘTIINȚIFICE, SINAIA, 2006**

LUCRĂRI ÎN PLEN

Moderatori:

Prof. Nicolae Angelescu, Prof. Felicia Georgescu,

Prof. Petre Năchilă, Prof. Dan Radu

IN MEMORIAM ADRIAN P. GHIOCA	
Prof. dr. Horea Banea Universitatea „Transilvania” Brașov	Asupra unei probleme a lui Adrian P.Ghioca
Prof. dr. Eugen Păltânea Universitatea „Transilvania” Brașov	Asupra unor inegalități trigonometrice
Conf.dr. Andrei Vernescu Universitatea „Valahia” Târgoviște	Asupra unor integrale
Prof.dr. Miron Oprea Universitatea „Petrol-Gaze” Ploiești	Secțiunea de aur – între mit și realitate
Mihai Logofătu Universitatea București, departamentul CREDIS	Prezentarea programului CISCO Networking Academy

Lucrări pe secțiuni

Secțiunea A (Sala de conferințe, parter)

Moderatori:

dr. Ion D. Ion, dr. Eugen Păltânea, dr. Miron Oprea

Dr. Popescu Zorica Alexandru București	Diverse și altele
Prof.dr. Ion D. Ion Universitatea București	Subiect rezervat
Dafina Anghel C.N. „N. Iorga”, Vălenii de Munte	Imaginația în probleme de loc geometric
Prof. dr. Constantin Marinescu Universitatea „Transilvania” Brașov	Probleme de extrem în geometrie
Prof. dr. Emil Stoica Universitatea „Transilvania” Brașov	Subiect rezervat
Prof.dr. Cristinel Mortici Universitatea „Valahia” Târgoviște	Câteva probleme cu șiruri fără epsilon
Mircea Trifu S.S.M. – București	Centenar Dumitru Mangeron
Prof.dr.Oprea Miron Universitatea „Petrol-Gaze”, Ploiești	Asupra unor clase de probleme de geometrie combinatorică
Dumitrescu Cristiana	Proiectarea didactică – rigoare și

C.N.”Mihai Cantacuzino”, Sinaia	flexibilitate în atingerea idealului educațional
Gavriliuț Mihai Roman	Observații asupra unei inegalități din culegerea lui Adrian P. Ghioca
drd. Mănescu Avram Corneliu Liceul Teoretic Azuga	Asupra formulelor lui Stirling și Wallis
Vișinescu Radu C.N. „I.L. Caragiale”, Ploiești	Considerații privind teorema lui Lagrange
Ghidu Mihaela Alexandra Liceul Pedagogic Ploiești Ionescu Maria C.T. „Lazăr Edeleanu”, Ploiești	Descentralizarea – o provocare a învățământului preuniversitar românesc
Nedelcu Ion C.N. „Mihai Viteazul”, Ploiești	Posibilități de determinare a unor grupuri izomorfe
Bumbăcea Gheorghe Șc. Nr. 1, Bușteni	Geometria patrulaterului circumscriptibil și inscriptibil

Secțiunea B (Sala „Atelier”, etaj I)

Moderatori:

dr.Constantin Popovici, dr.Cristinel Mortici, dr.Andrei Vernescu

Prof.dr. Constantin Popovici Universitatea București	Algoritm pentru determinarea numerelor perfecte
Popescu Olimpia Ploiești	Noțiunea de modul în matematica gimnazială
Lungu Adrian Gr.Șc. Energetic Câmpina	O aplicație a matematicii existențiale
Brabeceanu Silvia Gr.Șc. Plopeni Brabeceanu Ion Șc. „Carol I”, Plopeni	Curriculum la decizia școlii – un model de curs opțional pentru clasa a XI-a
Smeureanu Florin Inspectoratul Școlar al Județului Vâlcea	Progresii aritmetice formate din numere prime
Stroe Adrian Liceul „Mihai Viteazul”, Caracal	Asupra unui șir remarcabil
Lector dr. Dinu Teodorescu Universitatea „Valahia” Târgoviște	Inegalități elementare în probleme de convergență
Crăciun Ioana Șc. „Carol I”, Plopeni Crăciun Gheorghe Șc. „Carol I”, Plopeni	Revista „Axioma – supliment matematic” în peisajul publicistic românesc

Simion Radu C.N."Mihai Viteazul", Ploiești	Relația lui Sylvester (în plan, în spațiu și generalizare în $\mathbf{R}^n$)
Ciobotaru Anca Gr.Șc. Transporturi, Ploiești	Importanța programei școlare în proiectarea didactică
Soare Roxana Liceul „Nichita Stănescu”, Ploiești	Structuri algebrice determinate pe submulțimi ale lui $\mathbf{C}$
Soare Constantin Liceul „Nichita Stănescu”, Ploiești	Aplicații ale numerelor complexe în studiul poligoanelor regulate
Necula Gabriel Gr.Șc. Plopeni	Rezolvarea unor inegalități folosind funcția de gradul II
drd. Stoica Maria Liceul „Nichita Stănescu”, Ploiești	Seria armonică. Proprietăți
Lică Roxana Gr.Șc. Energetic, Ploiești	Aplicarea metodelor de predare centrate pe elev în matematică
Apostol Adelina Șc. „N. Iorga”, Ploiești	Aplicații ale relațiilor metrice în triunghi și patrulater

SUDOKU

	4	2	5			7		
6	5							1
	9	8		7	1			6
					6			4
8	1	6				9	2	7
7			2					
4			1	2		8	7	
2							1	9
		1			7	6	4	