

PROBLEME PROPUSE PENTRU CICLUL GIMNAZIAL ²⁾

CLASA a V-a

1. Determinați numărul natural de trei cifre $\overline{abc}$ scris în baza 10, știind că, dacă adăugăm cifra 8 la dreapta numărului, obținem un număr de două ori mai mare decât numărul obținut prin adăugarea cifrei 4 la stânga numărului.
Mihaela Ionescu, Ploiești
2. Determinați deîmpărțitul, împărțitorul, și restul împărțirii unor numere naturale știind că diferența dintre deîmpărțit și rest este egală cu 3.
Petre Năchilă, Ploiești
3. În trei bidoane se află 51 litri de apă. Dacă cele trei capacități sunt reprezentate în litri de numere naturale consecutive impare, care este capacitatea fiecărui bidon?
Corina Oțelea, Ploiești
4. Dacă unui număr natural, scris cu trei cifre, îi ștergem ultima cifră, atunci numărul se micșorează cu 139. Află numărul.
Maria Gârbovean, Ploiești
5. De pe Aeroportul Internațional Băneasa a decolat la ora 10⁰⁰ un avion cu viteza de 450km/h. După o oră, de pe același aeroport, și în aceeași direcție decolează un alt avion cu viteza de 540km/h. La ce distanță de București și după câte ore îl va ajunge al doilea avion pe primul?
Eugen Niță, Ploiești
6. Un biciclist parcurge în două zile 600 km. În prima zi parcurge cu 40 km mai mult decât $\frac{3}{5}$ din drum, iar în a doua zi restul. Ce distanță parcurge biciclistul în fiecare zi?
Nicolae Scuratorschi, Constanța
7. Un melc urcă într-un copac înalt de 22 metri astfel: pe timp de zi, între orele 7 dimineața și 19 seara, urcă 6 metri, iar în timpul nopții, între orele 19 seara și 7 dimineața, doarme, timp în care alunecă în jos 1 metru. Să se calculeze:
a) Câți metri a parcurs în total melcul până în vârful copacului;
b) Dacă ascensiunea a început marți la ora 7 dimineața, în ce zi și la ce oră a ajuns melcul în vârful copacului?
Maria Brejan, Cristina Marin, Ploiești
8. În trei bidoane A, B, C se află cantități diferite de apă. Luăm jumătate din cantitatea de apă existentă în bidonul A și o turnăm în cantități egale în celelalte bidoane. Turnăm apoi jumătate din cantitatea existentă în bidonul B în cantități egale în celelalte 2 bidoane. Turnăm în final jumătate din cantitatea existentă în bidonul C în cantități egale în celelalte bidoane. Acum în fiecare din cele trei bidoane sunt 8 litri. Câți litri de apă au fost la început în fiecare bidon?
Camelia Rădulescu, Ploiești
9. Perimetrul unei grădini sub formă de dreptunghi este de 540m. Lățimea măsoară jumătate din lungime. Care este lungimea grădinii ?
Elena Megelea, Bușteni
10. Restul împărțirii a două numere naturale, având fiecare câte trei cifre, este 500 . Să se calculeze produsul dintre împărțitor și cât.

Ioana Crăciun și Gheorghe Crăciun, Ploiești

2)Se primesc soluții până la 25 octombrie 2010

CLASA a VI-a

1. Bunicul are o grădină de formă dreptunghiulară, pe care a îngrădit-o folosind 1656m de sârmă și înconjurând de trei ori grădina cu ea. Dacă împărțim lungimea la lățime, obținem câtul 5 și restul 6. Aflați aria grădinii bunicului.

Corina Oșlea, Ploiești

2. Arătați că nu există nici un număr natural care împărțit la 8 dă restul 4 și împărțit la 4 dă restul 1.

Dumitru Oprea, Dragodănești, Dâmbovița

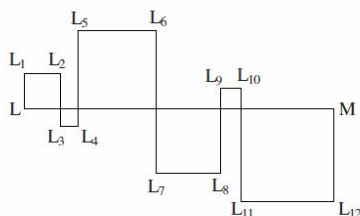
3. a) Determinați două fracții echivalente știind că numitorii sunt 3 și 4, iar numărătorul primei fracții este cu 6 mai mic decât numărătorul celei de-a doua.
b) Determinați cifra x știind că $\overline{0, x(30)} = 3 \cdot 0,1(76)$.

Mihail Focșeneanu, Ploiești

4. Să se arate că numărul $a = 49^n \cdot 3^{n+1} \cdot 34 + 7^{2n+1} \cdot 3^{n+1} + 7^{2n} \cdot 3^n \cdot 20$ este divizibil cu 3003 oricare ar fi numărul natural nenul n.

Adelina Apostol, Ploiești

5. Dacă lungimea segmentului LM este egală cu 16 cm calculați lungimea liniei



frânte $LL_1L_2 \dots L_{12}M$

Eugeniu Niculae, Mangalia

6. Determinați cifrele a și b astfel încât $\overline{ab6} = 2^{a+b+1}$

Dan Coma, Vădăstrița, Olt

7. Scrieți numerele 2010 și 2010^{2011} sub forma $x^2 + y^2 + z^2$, cu $x, y, z \in \mathbb{N}^*$.

Ion Preda, Rm. Vâlcea

8. Dacă $a+2b=5$; $2a+b=4$, atunci $2a+5ab+2b$ este egal cu...

Dumitru Oprea, Dragodănești, Dâmbovița

9. Determinați fracțiile cu numitorul 15 cuprinse între $\frac{9}{11}$ și $\frac{10}{11}$.

Mariana Fleancu, Câmpulung

10. Arătați că numărul $n = \frac{5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2010}}{71}$ este număr natural

Ionela Ionescu, Vălenii de Munte

11. La un curs de dans numărul fetelor înscrise este cu 6 mai mare decât numărul băieților. Formând grupe de câte două fete și un băiat, rămân în afara grupelor 3 băieți. Câți băieți și câte fete sunt?

Maria Gârbovean, Ploiești

CLASA a VII-a

1. Aflați $x \in \mathbf{N}$ astfel încât $\frac{7}{3x-2} \in \mathbf{Z}$.
Corina Otelea, Ploiesti
2. Numerele naturale x, y, z sunt direct proporționale cu numerele 2, 3 și respectiv 5.
 - a) Cât la sută din numărul z reprezintă numărul x .
 - b) Știind că prin împărțirea lui z la y se obține câtul 1 și restul 6, aflați media aritmetică a celor trei numere naturale x, y și z .
Alina Matei, Pitești
3. Raportul dintre suplementul unui unghi și complementul suplementului aceluiași unghi este 8. Calculați măsura unghiului.
Manuel Matei, Pitești
4. Fie $n = 2006^2 - 2006 - 2005$. Să se afle x din proporția: $\frac{x}{2005} = \frac{401}{n}$.
Liviu Ardelean, Sibiu
5. Determinați numerele de forma $\overline{x3x6y}$ știind că dau restul 7 la împărțirea prin 9.
Nicolae Bivol, Corabia, Olt
6. Fie BB_1 și CC_1 bisectoare în triunghiul ABC , $B_1 \in (AC)$, $C_1 \in (AB)$. Să se afle $m(\angle BAC)$ știind că este de două ori mai mare decât $m(\angle CC_1B_1)$.
Ștefan Smarandache, București
7. Organizatorii unui concurs de dans vor să premieze toate echipele de dansatori și au ca fond de premii 50 de cărți. Știind că echipa clasată pe locul al II-lea primește cu o carte mai puțin decât cea de pe locul întâi, cea de pe locul al III-lea cu o carte mai puțin decât echipa de pe locul al II-lea, s. a. m. d., aflați câte echipe de dansatori pot participa la concurs.
Cătălina Isofache, Ploiesti
8. În ΔEFG , mediana FQ ($Q \in [EG]$) și bisectoarea unghiului $\angle E$ sunt perpendiculare. Știind că $EG = 12$ cm, aflați lungimea laturii $[EF]$.
Dumitru Oprea, Dragodănești, Dâmbovița
9. Aflați numerele naturale x, y, z știind că $3^x + 3^y + 3^z = 245$.
Titus Dobândă, Făget, Timiș
10. Pe dreapta OM luăm, în același sens, punctele: A_1 de două ori mai depărtat de O decât M , A_2 de trei ori mai depărtat de O decât M , A_3 de patru ori mai depărtat de O decât M etc. Aflați lungimea segmentului $[OM]$, știind că lungimea lui $[OM]$ este număr natural și $OA_1 + OA_2 + OA_3 + \dots + OA_n = 45$ cm.
Liviu Ardelean, Sibiu
11. În triunghiul echilateral ABC avem $AD \perp BC$, $D \in (BC)$, $DE \perp AC$, $E \in (AC)$, $DE \cap AB = \{M\}$ și P punctul de intersecție al bisectoarelor unghiurilor $\angle MBD$ și $\angle AEM$. Arătați că: a) $EC = \frac{1}{4} \cdot AC$;
 b) distanța de la P la EM este egală cu distanța de la A la BC .
Gheorghe Achim, Mizil

CLASA a VIII-a

1. Dacă $x \in \mathbb{R}$, $|x| \leq 0$, (3) atunci numărul $N = \sqrt{9x^2 - 6x + 1} + \sqrt{9x^2 + 6x + 1}$ este egal cu....

Alina Matei, Pitești

2. Aflați $x \in \mathbb{Z}$ astfel încât fracția: $\frac{x^2(x-4)}{10-x}$ să fie pozitivă.

Corina Oțelea, Ploiești

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $|x - y + 1| = 4y + 2x - x^2 - y^2 - 5$.

Cătălina Isofache, Ploiești

4. Fie paralelogramul ABCD și un punct I în interiorul său. Paralelele duse prin I la AB și respectiv BC taie laturile paralelogramului în punctele $E \in AB$, $F \in BC$, $G \in CD$ și $H \in DA$. Să se arate că patrulaterele DGIH și BEIF sunt echivalente dacă și numai dacă $I \in (AC)$.

Ilarie Lazăr, Ploiești

5. Un triunghi este echilateral dacă și numai dacă are loc relația

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{a+b+c} = \frac{a+b+c}{3}, \text{ unde } a, b, c \text{ sunt lungimile laturilor sale.}$$

6. Suma dintre triplul primului număr și dublul celui de-al doilea număr împărțită la 24 dă câtul 18 și restul 16. Diferența dintre triplul primului număr și dublul celui de-al doilea număr este 320. Să se afle numerele.

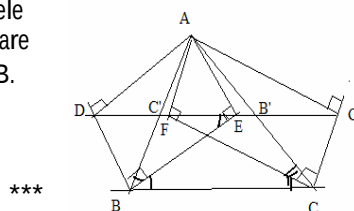
Serenela Gabriela Răducu, Pitești

7. Pe laturile [AB] și [BC] ale triunghiului echilateral ABC se construiesc în afară pătratele ABMN și BCPQ. Să se arate că:

- $AQ \perp MC$ și $[AQ] \equiv [MC]$;
- $AQ \cap MC = \{E\}$ și $F \in [AC]$ astfel încât $[AF] \equiv [FC]$, să se arate că punctele B, E, F sunt coliniare.
- AC și MQ sunt paralele.

Maria Negrilă și Anton Negrilă, Ploiești

8. Fie un triunghi ABC și punctele D, E, F, G picioarele perpendicularelor duse din A pe bisectoarele interioare și exterioare ale unghiurilor $\angle ABC$, respectiv $\angle ACB$. Să se demonstreze că punctele D, E, F, G sunt coliniare.



9. Triunghiul ABC este un triunghi scalen, având măsura unghiului B de 120° . Pe laturile [BA] și [BC] se construiesc în exteriorul triunghiului ABC triunghiurile echilaterale ABM și CBN. Se notează cu S mijlocul laturii [BA] și cu T mijlocul laturii [BC]. În semiplanul determinat de dreapta ST și punctul B se construiește triunghiul echilateral RST. Demonstrați că punctele M, R și N sunt coliniare.

Ioana Crăciun, Gheorghe Crăciun Ploiești

10. Aflați valoarea minimă a expresiei $E = x^2 - 6x + 13$, $x \in \mathbb{R}$.

Argentina Dobrescu, Câmpulung

