

Pentru comenzi, publicare, abonamente sau alte informații despre revistă, contactați-ne la adresa redacției, Str Crișan nr 25 (Casa Tineretului Et 2), e-mail: editurastef@yahoo.com, prin reprezentantul revistei în școala dumneavoastră (colectivul de redacție) sau direct la www.editurastef.com

*spuneti părerea pe forumul editurii:
www.editurastef.com*

MATEMATICĂ

EXERCIIȚII ȘI PROBLEME

GIMNAZIU

Nr. 2

octombrie

**Comandă revista la:
www.editurastef.com**

ANUL I - 2008

Concursul național „Micii matematicieni” Gimnaziu - ediția I

Trimiteți rezolvările problemelor, împreună cu talonul de mai jos, până la data de 1 nov 2008 (data poștei), pe adresa redacției și puteți câștiga, prin tragere la sorți, una din cele 10 reviste din numărul viitor și veți intra în clasamentul concursului „Micii matematicieni”, concurs ce se va încheia la 15 iunie 2009.

*Prin aportul vostru, în acest concurs va intra și școala voastră.
Premii surpriză !*

Acum puteți consulta clasamentul si punctajul fiecăruia la:

<http://www.editurastef.com/forum/viewforum.php?f=2&sid=9a942ee1ec2a3b7262d467f3840b06c8>

Talon concurs național „Micii matematicieni”–Nr. x

Numele _____

Prenumele _____

Cls. _____, Școala _____

Profesor _____

Localitatea _____

Județul _____

** Nu se iau în considerație taloanele xeroxate*

Regulament concurs: Fiecare problemă rezolvată corect se punctează cu 2p. Problemele rezolvate parțial se punctează cu 1p. Participare la concurs aduce de la sine 1p. [2 probleme × 2p + 1p participare = 5p]

Tehnoredactor: Dragan-Mihai Nedelcu



Tipărit: S.C. „D & A” COM S.R.L
Drobeta Tr.-Severin
e-mail: editurastef@yahoo.com
www.editurastef.com
Tel/Fax: 0352 401 584
0744-495186 / 0788.220605

Adresa redacției:
SC D & A COM SRL
Editura Ștef – Pentru revista „Matematica”
Str. Kiseleff, 76, Bl.3, sc.3, ap.1
Drobeta Tr.-Severin – Mehedinți - 220196

Clasa a V-a

1. Folosind operațiile de adunare, scădere, înmulțire, împărțire și paranteze, dacă este necesar, compune câte un exercițiu astfel încât fiecare din propozițiile de mai jos să fie adevărate:

a) $9 \ 9 \ 9 \ 9 \ 9 = 81$

b) $9 \ 9 \ 9 \ 9 \ 9 = 1$

c) $9 \ 9 \ 9 \ 9 \ 9 = 11$

Prof. Rîmnicianu Elena, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

2. Mihai a citit o carte de 210 pagini în patru zile astfel: în prima și a doua zi a citit 100 de pagini, a patra zi a citit cu 10 pagini mai mult decât a treia zi și cu 20 de pagini mai mult decât a doua zi. Câte pagini a citit Mihai în fiecare din cele patru zile ?

Prof. Rîmnicianu Elena, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

3. a) Calculați: $2004 - 2003 + 2002 - 2001 + \dots + 4 - 3 + 2 - 1$.

b) Suma a trei numere este 800. Care este fiecare număr, știind că suma primelor două este 600, iar a ultimelor două este 540 ?

c) Să se afle al 2006-lea termen al șirului:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, ...

Prof. Rîmnicianu Elena, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

4. Dacă $a + b = 25$ și $b + c = 17$ calculați $5a + 17b + 12c$.

Prof. Rîmnicianu Elena, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

5. Avem trei numere x, y, z . Între aceste numere există următoarele relații:

a) primul număr împărțit la al doilea dă câtul 7;

b) al treilea număr împărțit la al doilea dă câtul 4;

c) diferența dintre primul număr și ultimul număr este 75.

Stabilește care sunt numerele x, y, z .

Prof. Rîmnicianu Elena, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

6. Fie numărul $A = 1 + 19 + 29 + 39 + \dots + 2009$

a) Calculați A

b) Determinați restul împărțirii numărului A la 5.

Prof. Moclea Adriana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

7. Să se determine mulțimea:

$$A = \{(x;y) / x,y \text{ sunt cifre nenule și } \overline{xy} + \overline{yx} = 44 \}$$

Prof. Iovan Ion, Șc. Husnicioara, Mehedinți

8. Comparați numerele: 11^{114} și 5^{171} .

Prof. Iovan Ion, Șc. Husnicioara, Mehedinți

9. Suma de bani pe care o are o persoană este mai mică decât 1800000 cu atâția lei cu cât ar avea peste 1800000, dacă s-ar tripla suma inițială.

Prof. Ani Nabancea, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

10. Un tren merge cu o viteză de 120 km/h urmând să pargurgă o distanță de 5 ore. După ce a parcurs 240 km, s-a oprit pentru o jumătate de oră. Cu ce viteză trebuie să-și continue drumul pentru a ajunge la ora fixată ?

Prof. Ani Nebancea, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

11. Determinați uărul natural n știind că $(2^{3n})^2 + (2^3)^{2n} = 32^5$

Prof. Popa Florin, Șc. Găvănești – Olt

12. Fie $n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 19 \cdot 20 + 1$. Să se determine restul împărțirii numărului n la 21.

Prof. Popa Florin, Șc. Găvănești – Olt

13. Se consideră numărul $n = 12345678910111213 \dots 20052006$.

a) Câte cifre are numărul n ?

b) Care este cifra din mijloc a numărului n ?

14. Într-o urnă sunt bile roșii, galbene și albastre. Aflați câte bile sunt de fiecare fel știind că 24 bile nu sunt roșii, 20 bile nu sunt galbene și 16 bile nu sunt albastre.

15. În blocul lui Andrei apartamentele sunt numerotate de la 1 la 55. De câte ori se repetă cifra 3 în aceste numere ?

16. Fie șirul de numere 3, 7, 13, 21, 31, 43, Aflați numărul care ocupă locul 2004 în șirul de numere dat.

17. Un vas plin cu apă cântărește 33 kg. Vasul umplut cu apă doar pe jumătatea sa cântărește 18 kg. Câți cântărește vasul ?

18. Mama este de patru ori mai în vârstă decât fiica, iar tatăl are atâția ani câți are mama și fiica împreună. Suma anilor celor trei este 80. Să se afle vârsta fiecăruia.

19. Într-o curte sunt porumbei și iepuri, în total 15 capete și 42 de picioare. Câți porumbei și câți iepuri sunt ?

20. 28 de copii au luat parte la un concurs de matematică. Numărul copiilor care au terminat în urma lui Marius a fost de două ori mai mare decât celor care au terminat înaintea lui. Pe ce loc a terminat Marius ?

21. Aranjați numerele 9, 16, 23, 30, 37, 44, 51, 58, 65 în pătratul magic, astfel încât suma numerelor pe fiecare verticală, orizontală și diagonală să fie aceeași.

22. Suma a două numere este 767. Dacă împărțim numărul mai mare la triplul numărului mai mic, obținem câtul 2 și restul 11. Aflați numerele.

23. a) Comparați numerele: $a = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100} + 2^{101}$
 $b = 3(1 + 4 + 4^2 + \dots + 4^{50})$

b) Arătați că are loc inegalitatea: $2(1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{50}) < 3^{51}$.

24. Arătați că suma tuturor numerelor naturale de trei cifre ce se pot forma cu cifrele a, b, c se divide cu 111.

25. Să se determine cel mai mare număr natural $n < 2500$ care, împărțit la un număr natural, diferit de zero, dă câtul 669 și restul cu 2 mai mic decât împărțitorul.

26. Fie șirul de numere naturale: 207, 211, 215, ...

- a) Completați șirul cu încă 4 numere;
- b) Precizați dacă 2007 este termen al șirului, iar în caz afirmativ precizați al câtelea termen este.
- c) Calculați suma primilor 207 termeni.

Să se calculeze: $216 \cdot 144 - 144 : 1 \cdot 72 - 144 \cdot 144 : 1 \cdot 144 : 144$.

27. În trei urne A , B , C se găsesc bile numerotate cu numere de la 1 la 10. Din urna A se extrage o bilă cu numărul a și se transferă în urna B . Din urna B se extrage o bilă cu numărul b și se transferă în urna C . Din urna C se extrage o bilă cu numărul c și se transferă în urna A . După aceste operații se constată că suma numerelor înscrise pe bilele existente în urna A este cu 4 mai mică decât suma inițială a numerelor înscrise pe bilele din urna A , iar suma numerelor înscrise pe bilele existente în urna B este cu 5 mai mică decât suma inițială a numerelor înscrise pe bilele din urna B . Să se determine numerele a , b și c .

28. Se dau mulțimile

$$A = \{x \in N \mid 2^{2008} < x \leq 2^{2009}\} \text{ și } B = \{y \in N \mid 3^{1338} \leq y < 3^{1339}\}.$$

Care dintre mulțimile A și B are mai multe elemente. Justificați răspunsul.

29. Dacă elevii unei clase se așază câte doi într-o bancă rămân 3 elevi în picioare, iar dacă se așază câte 3 într-o bancă rămân 4 bănci libere și una ocupată de un singur elev. Câte bănci și câți elevi sunt în clasă?

30. Într-o cutie se află 30 de bile numerotate de la 1 la 30. Aflați cel mai mic număr de bile pe care trebuie să-l scoatem din cutie, pentru a fi siguri că printre ele se află o bilă pe care este scris un număr care se împarte exact la 3.

Concurs – cls a V-a

1* Să se calculeze suma: $S = 2+7+12+\dots+302$.

2* Fiind date numerele naturale a, b, c astfel încât: $2a + b - c = 8$ și $a - b + 3c = 4$, să se afle numărul $8a + b + 3c$.

Prof. Nițoiu Angela, Colegiul Tehnic “Decebal”, Dr. Tr. Severin

Rezolvarea în numărul viitor.

Rezultatele obținute la concursul din revista numărul 1:

Jud. Timiș – Lugoj – Șc. de Arte Frumoase – Fodor Dariana-5 (prof. Ioan Miclea).

Clasa a VI-a

1. Fie numărul $N = 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^{2009}$

- a) arătați că N este număr par
- b) determinați restul împărțirii lui N la 13

Prof. Moclea Adriana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

2. Consideră că șirul de numere : $a_1 = \frac{1}{11} - \frac{1}{19}$, $a_2 = \frac{12}{11} - \frac{20}{19}$,

$a_3 = \frac{23}{11} - \frac{39}{19}$, ... Demonstrați că $(a_1 + a_2 + \dots + a_{2009})$ este un număr natural.

Prof. Cernovici Ileana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

3. Considerăm punctele colinare A, B, C, D în această ordine. Arătați că $AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD$

Prof. Cernovici Ileana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

4. Fie numărul $A = 3^2 + 3^4 + \dots + 3^{2006}$. Arătați că $8A + 9$ este pătrat perfect.

Prof. Cernovici Ileana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

5. Să se determine numerele prime a, b, c știind că:

$$2a + 3b + 4c = 32$$

Prof. Cernovici Ileana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

6. Determinați numerele naturale a și b dacă:

- a) $(a, b) = 21$ și $a + b = 231$
- b) $(a, b) = 28$ și $[a, b] = 980$
- c) $(a, b) = 15$ și $a \cdot b = 4725$

Prof. Cernovici Ileana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

7. Să se afle mulțimea numerelor de patru cifre care sunt divizibile cu 2; 3; 4; 5; 6; 7.

Prof. Iovan Ion, Șc. Husnicioara, Mehedinți

8. Fie triunghiul ABC isoscel ($AB=AC$) și $AD \perp BC$ ($DE(BC)$). Dacă $\angle ADP \equiv \angle ADR$ unde $P \in (AB)$ și $R \in (AC)$, atunci dreptele AD și PR sunt perpendiculare.

Prof. Iovan Ion, Șc. Husnicioara, Mehedinți

9. Să se rezolve în mulțimea numerelor naturale ecuația:

$$x^{2008} - x^{2007} = 2009$$

Prof. Miclea Ioan, Șc. De Arte Frumoase „Filaret Barbu” Lugoj

10. Fie $A = (-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^{n+2}$. Știind că x este valoarea maximă a lui A, să se determine y^x .

Prof. Popa Florin, Șc. Găvănești – Olt

11. Numărul x reprezintă 10% din numărul y . Cât la sută reprezintă x din $y - x$?

Prof. Popa Florin, Șc. Găvănești – Olt

12. Să se demonstreze că există o infinitate de perechi de numere naturale (a,b) care au suma egală cu suma dintre c.m.m.d.c și c.m.m.m.c.

13. Să se determine numerele $\overline{ab}$ pentru care $\overline{aa}^2 = \overline{aba}$.

14. Să se reconstituie adunarea :

$$\text{LEONHARD} = \text{EULER} + 12325551$$

14. O vulpe urmărește un iepure care are o sută de sărituri înaintea ei (sărituri de-ale iepurelui). Câte sărituri trebuie să facă vulpea ca să ajungă iepurele, știind că, pe când vulpea face 8 sărituri, iepurele face 9 sărituri, dar că 4 sărituri ale vulpii fac cât 7 sărituri ale iepurelui.

15. Aflați a, b, c numere prime astfel ca: $a + 12b + 16c = 138$.

16. Fie $\angle AOB$ un unghi nenul și $[OC_1]$ bisectoarea $\angle AOB$, $[OC_2]$ bisectoarea $\angle AOC_1$, ..., $[OC_n]$ bisectoarea $\angle AOC_{n-1}$. Pentru $n = 3$ și $m(\angle AOB) = 120^\circ$, aflați $m(\angle AOC_3)$.

17. În livadă sunt mai mult de 115 dar mai puțin de 130 pomi. O treime sunt meri, un sfert sunt pruni, iar restul sunt cireși. Câți copaci sunt în livadă ?

18. Să se reconstituie înmulțirea:

* * ×

—

* * *

* * *

* * * *

unde $*$ $\in \{2,3,5,7\}$

19. Comparați numerele: $a = 9^{101}$ și $b = 9^{100} + 8 \cdot 3^{199} - 6 \cdot 9^{99}$

20. Demonstrați că: $1 + \frac{1}{2^{2007}} + \frac{1}{3^{2007}} + \dots + \frac{1}{2007^{2007}} < \frac{4013}{2007}$.

21. Fie numărul $a = 1^n + 2^n + 3^n + 5^n + 6^n + 10^n$.

Arătați că numărul a este compus;

Arătați că, dacă n este impar atunci a se divide cu 3.

22. Fie numărul $a = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{100}$.

Ordonăți crescător numerele: $a, \frac{9}{10}, \frac{9}{22}$.

23. Determinați numărul natural n pentru care numărul:

$N = 7^n + 7^{n+1} + 7^{n+2} + 7^{n+3}$ are exact 60 de divizori.

24. Fie $[AB]$ un segment și M mijlocul său. Considerăm pe segmentul $[MB]$ un punct oarecare P și construim pe dreapta AB punctul Q astfel ca $[PQ] \equiv [PB]$. Demonstrați că $AQ = 2MP$.

25. Să se calculeze: $10 \cdot 20,07 \cdot 2,0(08) - 30 \cdot 20,0(80) \cdot 0,669$.

26. Să se determine cel mai mic număr natural par de forma $\overline{abcd}$, scris în baza zece, cu proprietatea că $\overline{abcd} + \overline{dcba} = 10010$.

27. Să se determine cel mai mic număr natural n cu proprietatea că între numerele 5^n și 5^{n+1} se află trei puteri diferite ale lui 2. Să se arate că, pentru orice $n \in \mathbb{N}$, între numerele 5^n și 5^{n+1} se află cel mult trei puteri diferite ale lui 2.

28. Segmentul $[AB]$ are lungimea egală cu 55. Punctele $M_1, M_2, \dots, M_9$ împart segmentul $[AB]$ în 10 segmente: $[AM_1], [M_1M_2], [M_2M_3], \dots, [M_8M_9], [M_9B]$, ale căror lungimi sunt egale cu numere naturale nenule diferite.

a) Să se arate că mijlocul segmentului $[AB]$ nu coincide cu niciunul dintre punctele $M_1, M_2, \dots, M_9$.

b) Să se arate că există o distribuire a punctelor $M_1, M_2, \dots, M_9$ astfel încât mijlocul segmentului $[AB]$ să coincidă cu mijlocul unuia dintre cele 10 segmente.

29. Se consideră numărul $A = 13 + 12 \cdot 13 + 12 \cdot 13^2 + 12 \cdot 13^3 + \dots + 12 \cdot 13^{2003}$.

a) Să se arate că $A = 13^{2004}$;

b) Să se scrie numărul A ca o sumă de două pătrate perfecte;

c) Să se scrie numărul A ca o sumă de 13 numere naturale consecutive.

30. Fie unghiurile AOB, BOC, COD formate în jurul punctului O , astfel încât $m(\widehat{AOB}) = \frac{1}{2} m(\widehat{BOC}) = \frac{1}{3} m(\widehat{COD}) = \frac{1}{4} m(\widehat{DOA})$.

Calculați măsura unghiului $\widehat{AOB}$;

Arătați că semidreapta opusă semidreptei (OC) este bisectoarea unghiului $\widehat{AOD}$.

Concurs – cls a VI-a

1*. Să se determine numărul natural a cu proprietatea că $a + 2 \mid 2a + 7$.

2*. Se dau punctele coliniare A, B, C și D astfel încât C,D sunt între A și B iar $AB=30$ cm, $CD=12$ cm, $AC=9$ cm și fie M mijlocul lui AB. Să se demonstreze că M este și mijlocul lui CD.

Prof. Nițoiu Angela, Colegiul Tehnic "Decebal, Dr. Tr. Severin

Rezolvarea în numărul viitor.

Rezultatele obținute la concursul din revista numărul 1:

Lic. „Șt. Odobleja” – Nedelcu Ștefania Adela-5, Mitroi Doru Andrei-5, Vlăduțu Ștefan Alexandra Maria-5, Munteanu Mădălina Georgiana-5, Stîngă Gina Mariana-5, Iacob Oana Mădălina-5, Dăescu Maria Olguța-5, Marinescu Andreea-5, Ionașcu Anda Georgiana-5, Grecu Irina Maria-5, Boboc Crina Bianca-5, Baciuc Alexandra-5 (prof. Popescu Marcel).

Clasa a VII-a

1. Să se afle numerele nenule x, y, z știind că:

$$\frac{0,6}{x} = \frac{9,4}{y} = \frac{0,6}{z} \text{ și că } 2xy + 3xz - 5yz = 5940$$

Prof. Rîmnicianu Elena, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

2. Dacă a, b, c sunt numere întregi și:

$$a \cdot (a - 1) = b + c, \quad b \cdot (b - 1) = a + c \quad c \cdot (c - 1) = a + b$$

arătați că: $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$

Prof. Rîmnicianu Elena, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

3. Se dă triunghiul ABC, în care măsurile unghiurilor A, B, C sunt direct proporționale respectiv cu numerele 3, 2 și 1.

a) arătați că $BC = 2AB$

b) dacă O este mijlocul laturii [BC], găsiți poziția punctului $E \in (AC)$, astfel încât suma $BE + EO$ să ia valoare minimă.

Prof. Rîmnicianu Elena, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

4. Fie ABCD un paralelogram. Notăm cu M punctul în care se intersectează bisectoarele unghiurilor A și D și cu N punctul în care se intersectează bisectoarele unghiurilor B și C.

a) calculați măsura unghiului AMD;

b) demonstrați că $MN \parallel AB$.

Prof. Rîmnicianu Elena, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

5. Fie triunghiul ABC, cu $(AB) \equiv (AC)$, $m(\angle BAC) = 15^\circ$ și un punct M aflat pe prelungirea laturii AC astfel încât $m(\angle ABM) = 90^\circ$. Dacă $CN \perp AB$, $N \in [AB]$ și $CN = 3$ cm, atunci:

a) calculați măsura unghiului format de înălțimea și mediana corespunzătoare ipotenuzei AM;

b) demonstrați că lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei [AM] este egală cu $\frac{1}{4}$ din lungimea ipotenuzei;

c) calculați aria triunghiului ABM.

Prof. Rîmnicianu Elena, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

6. Precizați care este a 205^a , a 206^a , a 207^a zecimală a numărului $2/13$.

Prof. Iovan Ion, Șc. Husnicioara, Mehedinți

7. Calculați:

$$\left(\frac{6}{6-\sqrt{6}}\right)^{1990} \cdot \left(\frac{10}{3\sqrt{2}-4\sqrt{3}}\right)^{1991} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}\right)^{1992}.$$

Prof. Iovan Ion, Șc. Husnicioara, Mehedinți

8. Într-u triunghi ABC, construim mediana AM, $M \in (BC)$.
Demonstrați că $AM < \frac{AB + AC}{2}$.

Prof. Iovan Ion, Șc. Husnicioara, Mehedinți

9. a) Dintre numerele -3 și -4 mai mare este...

b) $-2,5$ și $-2,(5)$ mai mic este...

c) $\frac{2007}{2008}$ și $\frac{2008}{2009}$ mai mare este....

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

10. Se dă mulțimea: $A = \{-3; \sqrt{9}; -\sqrt{6}; 0,2; -\frac{14}{7}; \frac{\sqrt{625}}{25}; -\sqrt{0,4}\}$

a) $A \cap Z = \{\dots\}$

b) $A \cap Q = \{\dots\}$

c) $A \setminus Q = \{\dots\}$

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

11. Aproximarea numărului 2,753:

a) prin lipsă până la zecimi este...

b) prin adaos până la sutimi este...

c) prin rotunjite până la sutimi este...

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

12. Se dă un patrulater convex ABCD

a) Suma măsurilor unghiurilor sale este de...

b) Dacă $AB \parallel CD$ și $AB = CD$, atunci patrulaterul este un...

c) Dacă ABCD este un paralelogram și $A \perp BD$, atunci ABCD este un...

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

13. Se consideră triunghiul ABC cu măsura unghiului $A = 90^\circ$

a) Dacă $AB = \frac{1}{2} \cdot BC$, atunci Măsura unghiului $C = \dots$

b) Dacă $BC = 6$ cm, atunci lungimea medianei [AD] este egală cu ... cm,

c) Dacă măsura unghiului $B = 25^\circ 32'$, atunci măsura unghiului $C = \dots$

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

14. a) Calculați: $-0,2 : 1\frac{1}{5} - 0,3 \cdot 3$

$$b) \left(-\frac{3}{2}\right)^{21} : \left(-\frac{3}{2}\right)^{19} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{21} \cdot 2^{20}$$

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

15. Rezolvați ecuația în Q:

$$0,5 \cdot (2x - 1) - 3 = 4,2$$

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

16. Aflați trei numere raționale știind că suma lor este 32,72 și sunt direct proporționale cu $\frac{1}{10}$; $\frac{1}{5}$ și $\frac{1}{2}$.

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

17. Se consideră paralelogramul ABCD cu măsura unghiului $A = 60^\circ$ și $[BD] \equiv [AD]$

a) arătați că ABCD este un romb;

b) prin B se duce o paralelă la AC care intersectează pe AD și DC în punctele E, respectiv F. Arătați că $DB \perp EF$.

c) dacă $DB = 4$ cm, aflați lungimea segmentului ED;

d) arătați că $\triangle BCF \equiv \triangle EAB$

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

18. Demonstrați că nu există $a, b \in \mathbb{Q}$ cu proprietatea că

$$\sqrt{2 - \sqrt{3}} = a + b\sqrt{3}$$

Prof. Popa Florin, Șc. Găvănești – Olt

19. Prin centrul G de greutate al $\triangle ABC$ ducem o dreaptă care intersectează pe AB și AC în M și N .

Arătați că $\frac{MB}{MA} + \frac{NC}{NA} = 1$

Prof. Popa Florin, Șc. Găvănești – Olt

20. Să se determine numărul soluțiilor naturale nenule ale ecuației:

$$x + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{25}{yz}.$$

21. Să se demonstreze că există $x_1; x_2; \dots; x_{1000} > 0$ pentru care

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{1000}} = 1,2$$

22. Doi frați au vârstele exprimate prin numere naturale consecutive. Să se afle vârsta fiecăruia, știind că în urmă cu 5 ani, unul dintre ei avea de două ori mai mulți ani decât celălalt.

23. Aflați două numere naturale știind că dacă adunăm suma lor cu diferența lor, cu produsul lor și cu câtul lor obținem 72.

24. Numerele naturale a, b, c sunt prime între ele dar $(a, b) = 7$, $(b, c) = 11$, $(a, c) = 13$. Dacă $a = 3x$, $b = 4y$, $c = 5z$, x, y, z sunt numere naturale consecutive aflați a, b, c știind că :

$$\frac{1}{xy} + \frac{1}{yz} + \frac{2}{xz} = \frac{4}{15}.$$

25. Când cifrele unui număr de două cifre se permută între ele, numărul crește de $\frac{n}{n+1}$ ori. Să se determine $n \in \mathbb{N}^*$ și toate numerele de două cifre care verifică relația.

26. Se dă șirul de numere naturale $x_1 = 1+3+5$, $x_2 = 5+7+9$, $x_3 = 9 + 11 + 13$, $x_4 = 13 + 15 + 17$ și așa mai departe.

a) Calculați primii cinci termeni ai șirului;

b) Arătați că x_k este divizibil cu 3 oricare ar fi numărul natural k ; Aflați termenul x_{2004} .

27. Determinați 1001 numere naturale pare consecutive știind că, dacă din suma lor scădem suma numerelor impare ce se află între acestea, obținem 2004.

28. Fie dreptunghiul ABCD, $P \in (BD)$, $M \in (CP)$, astfel încât $PM = CP$, $ME \perp AD$, $E \in AD$, $MF \in AB$, $F \in AB$. Arătați că:

a) AM și BD sunt paralele;

b) E, F, P sunt coliniare

29. Aflați măsura unui unghi, știind că de 5 ori măsura suplementului său este egală cu de 11 ori măsura complementului său.

30. Determinați numerele naturale x și y pentru care:
 $2^x + 5^y + 6^{x+4} = 1922$.

Concurs – cls a VII-a

1. Calculați media aritmetică a numerelor:

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2008} \quad \text{și} \quad b = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{2007}{2008}.$$

2. În paralelogramul ABCD, punctul M este mijlocul laturii BC, intersecția laturii AC cu latura BD este punctul O, intersecția laturii AM cu latura CD este punctul E și intersecția laturii AM cu BD este punctul N.

a) Demonstrați că patrulaterul AMEC este paralelogram;

b) Demonstrați că ariile paralelogramelor ABCD și ABEC sunt egale și aflați raportul dintre aria triunghiului ABM și aria patrulaterului ABED.

Prof. Manuela Oprea, Colegiul Tehnic Decebal, Dr. Tr. Severin

Rezolvarea în numărul viitor.

Clasa a VIII-a

1. Fie paralelogramul ABCD și pătratul ABEF, situate în plane diferite. P și Q sunt punctele de intersecție ale diagonalelor din pătrat și paralelogram. Determinați :

- poziția dreptei PQ față de planul (ADF);
- poziția dreptei FD față de planul (AEC);
- poziția dreptei FD față de planul (BCE);
- natura paralelogramului EFDC.

Prof. Moclea Adriana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

2. Fie: $a = \sqrt{7+4\sqrt{3}} - \sqrt{7-4\sqrt{3}}$, $b = 2\sqrt{3}$. Calculați $\left(\frac{a+b}{4}\right)^{10}$.

Prof. Cernovici Ileana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

3. Determinați $\overline{ab}$ dacă $\sqrt{\overline{ab+ba}} \in N$.

Prof. Cernovici Ileana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

4. Determinați numerele raționale a și b pentru care are loc expresia:

$$\frac{a}{\sqrt{4-2\sqrt{3}}} + \frac{b}{\sqrt{4+2\sqrt{3}}} = 1$$

Prof. Cernovici Ileana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

5. Arătați că, dacă $a > 1 \Rightarrow \frac{2}{a}(\sqrt{1-2a+a^2} + \sqrt{1+2a+a^2}) \in N$

Prof. Cernovici Ileana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

6. Desenați o piramidă triunghiulară regulată SABC cu $A_t = 42\sqrt{3} \text{ cm}^2$ și $A_l = 15\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Calculați:

- Aria bazei;
- Latura bazei;
- Apotema piramidei
- Valoarea minimă a sumei $AP + PC$, unde $P \in (AB)$

Prof. Cernovici Ileana, Șc. 11 – Dr. Tr. Severin

7. Dacă $-5 \leq x \leq 5$ și $-4 \leq y \leq 3$, aflați maximul expresiilor $x + y$ și xy și minimul expresiilor $x - y$ și xy .

Prof. Iovan Ion, Șc. Husnicioara, Mehedinți

8. Rezolvați în $Z \times Z$ ecuația: $\frac{1}{3x} - \frac{1}{2y} = \frac{1}{7}$ cu $x \neq 0$ și $y \neq 0$

Prof. Iovan Ion, Șc. Husnicioara, Mehedinți

9. Dimensiunile a, b, c ale unui paralelogram dreptunghic cu diagonala $d=13$, verifică egalitatea $3a + 4b + 12c = d^2$. Să se calculeze volumul paralelogramului.

Prof. Iovan Ion, Șc. Husnicioara, Mehedinți

10. Fie x, y, z numere naturale nenule cu $\frac{x}{9} = \frac{y}{2} = \frac{z}{x}$. Arătați că $\sqrt{z + 4xy}$ este număr natural.

Prof. Miclea Ioan, Șc. de Arte Frumoase „Filaret Barbu” Lugoj

11. În pătratul ABCD, $AB=4$ cm, E și F sunt respectiv mijloacele laturilor [BC] și [DC]. Calculați sinusul unghiului EAF.

Prof. Ani Nebancea, ȘC. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

c) a) Dintre numerele $-2\sqrt{3}$ și $-3\sqrt{2}$ mai mare este...

d) Valoarea absolută a numărului $2 - \sqrt{5}$ este...

c) aproximarea prin lipsă cu $1/100$ a numărului $2\sqrt{7}$ este...

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

13. a) Intervalul $(-3, 5)$ conține un număr de ... numere întregi ;

b) Propoziția $-\pi \in (-3, 14, 1)$ este adevărată ?

c) Scrisă sub formă de interval mulțimea $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$ este...

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

14. a) Rezultatul calculului $\sqrt{18} - \sqrt{32}$ este...

b) Prin raționalizare, fracția $\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ este egală cu...

c) $\sqrt{2}^{-2}$ ste număr rațional sau irațional ?

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

15. Desenați un cub ABCDA`B`C`D`

- o pereche de muchii paralele este...
- o pereche de muchii necoplanare este...

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

16. a) Dacă ΔABC are arc $BC \subset \alpha$ și $A \in \alpha$, D mijlocul lui $[AB]$ și E mijlocul lui $[AC]$, atunci poziția dreptei DE față de planul α este...

b) Dacă o dreaptă a este paralelă cu un plan α și printr-un punct B al planului α se duce o paralelă b la dreapta a , ce poziție are dreapta b față de planul α ?

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

17. Se dau mulțimile:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{R} \text{ și } |x - 1| < 2\};$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq \frac{x-2}{3} < 1\}$$

- scrieți sub formă de interval aceste mulțimi;
- calculați $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, B/A

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

18. Se dă mulțimea $A = \left\{ \frac{\sqrt{144}}{6}; \sqrt{0,1}; -\sqrt{9}; \frac{\sqrt{8} + \sqrt{32}}{2\sqrt{2}}; \sqrt{3} + \sqrt{2} \right\}$

Calculați $A \cap \mathbb{Z}$; $A \setminus \mathbb{Q}$; $A \cap (\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z})$

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

19. Află rezultatul calculului:

$$(\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{81} : (3\sqrt{3} - \sqrt{12}) : \sqrt{3}$$

Prof. Coadă Carmen, Șc. „Alice Voinescu” – Dr. Tr. Severin

20. În tetraedul ABCD, baza BCD este un triunghi echilateral cu latura de lungime 3 cm, iar triunghiurile ABC și ABD sunt dreptunghice în B, cu $AB = 4$ cm

- arătați că triunghiul ACD este isoscel;
- dacă {BE este bisectoarea unghiului ABC ($E \in AC$), [BF este bisectoarea unghiului ABD ($F \in AD$), arătați că $EF \parallel (BCD)$;
- dacă $FG \parallel BD$, $G \in AB$, arătați că $(EFG) \parallel (BCD)$;
- aflați aria triunghiului EFG.

Prof. Dogaru Alexandru, Șc. „N. Bălcescu” – Drăgășani, Vâlcea

21. Arătați că pentru orice $n \in \mathbb{N}$ există $p \in \mathbb{N}$ astfel încât:

$$(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})^2 = \sqrt{p+1} + \sqrt{p}$$

Prof. Popa Florin, Șc. Găvănești – Olt

22. Dacă a, b, c sunt dimensiunile și d lungimea diagonalei unui paralelipiped dreptunghic cu $a, b, c, d, \in \mathbb{N}$ arătați că $\frac{ab+ac+bc}{a+b+c+d} \in \mathbb{N}$

Prof. Popa Florin, Șc. Găvănești – Olt

23. Rezolvați în numere întregi ecuația: $3xy + x + y = 667$.

24. Fie $x, y, z \in \mathbb{R}$ astfel încât $x + y + z = 1$. Să se arate că cel puțin unul dintre numerele: $\frac{x+y}{2} - 3xy$; $\frac{y+z}{2} - 3yz$; $\frac{x+z}{2} - 3xz$ este pozitiv.

25. Fie $x_1; x_2; \dots; x_{2007}$ numere naturale astfel încât:

$$\frac{x_1^{2006}}{x_2 \times x_3 \times x_4 \times \dots \times x_{2007}}; \frac{x_2^{2006}}{x_1 \times x_3 \times x_4 \times \dots \times x_{2007}}; \frac{x_3^{2006}}{x_1 \times x_2 \times x_4 \times \dots \times x_{2007}}; \dots, \frac{x_{2006}^{2006}}{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_{2006}}$$

să fie numere naturale. Să se arate că $x_1 = x_2 = \dots = x_{2007}$.

26. Aflați numerele naturale prime a și b care verifică relația: $a^2 - 2b^2 = 17$.

27. Fie paralelipipedul dreptunghic ABCDA'B'C'D' cu $AB = 3$ cm, $BC = 4$ cm și $AA' = 5$ cm. O furnică vrea să ajungă din A în C'. Aflați lungimea minimă a drumului și câte drumuri de lungime minimă există în fiecare din cazurile: a) furnica merge numai pe muchii; b) furnica merge pe fețele paralelipipedului.

28. În trapezul ABCD ($AB \parallel CD$), $AB > CD$, $AC \perp BD$, iar $AC = MN = a$, unde MN este linia mijlocie a trapezului. Să se calculeze în funcție de a , lungimea diagonalei BD a trapezului.

29. Fie tetraedrul ABCD și punctele $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CD)$, $Q \in (DA)$, astfel încât $\frac{AM}{MB} = \frac{DP}{PC}$ și $\frac{AQ}{QD} = \frac{BN}{NC}$. Arătați că:

- M, N, P, Q sunt coplanare;
- dacă MQ este linie mijlocie în $\triangle ABD$, atunci MNPQ este paralelogram.

30. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația: $x^4 + 5x - 6 = 0$

Concurs – cls a VIII-a

1*. Determinați $a, b \in \mathbb{Z}$ astfel încât

$$[a, b] - \left[\sqrt{4 + 2\sqrt{3}}, \sqrt{12 + 2\sqrt{35}} \right] = \emptyset.$$

2*. Se consideră cubul ABCDA'B'C'D', $AB = a$, P mijlocul muchiei AB și Q intersecția dreptelor BC' și B'C. Arătați că :

$$AC' \parallel (B'PC);$$

$$D'Q \perp (B'CP).$$

Prof. Manuela Oprea, Colegiul Tehnic Decebal, Dr. Tr. Severin

Rezolvarea în numărul viitor.

Au colaborat	
Drobeta Turnu-Severin – Mehedinți	
Șc. 2 „Alice Voinescu” – Nebancea Ani, Coadă Carmen; Șc. 11 – Rîmnicianu Elena, Moclea Adriana, Cernovici Ileana; Lic. Tehnic „Decebal” – Oprea Manuela, Nițoiu Angela. Șc. Husnicioara – Iovan Ion	
Jud. Olt	
Șc. Găvănești – Popa Florin.	
Jud. Timiș	
Lugoj – Șc. de Arte Frumoase „F. Barbu” – Miclea Ioan.	
Jud. Vâlcea	
Drăgășani – Șc. „N. Bălcescu” – Dogaru Alexandru.	

**CLASAMENT - interșcolar Concursul național
„Micii matematicieni” ediția I 2008 - 2009**

loc	TOTAL	Școala
1	60	Lic. "St. Odobleja" - Dr. Tr. Severin
2	5	Scoala de Arte Frumoase, Lugoj - Timis