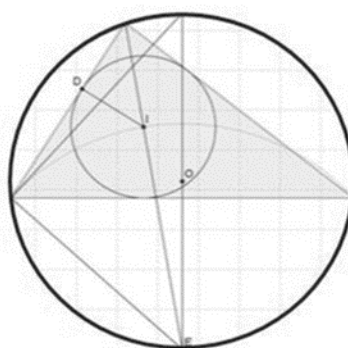


Școala Gimnazială "Oprea Iorgulescu" Câmpulung

REVISTA *UNIVERSUL MATEMATIC*



Nr. 7

EDITURA LARISA

2021

TIPOGRAFIA
S.C GIG S.R.L.

EDITURĂ LARISA

Câmpulung Muscel, jud. Argeș

B-dul. Ion Mihalache, nr. 119

Tel/Fax 0248.533.454

: 0745.082.021



REVISTA “ UNIVERSUL MATEMATIC”

Fondator și coordonator : profesor **Simona PAVEL**

Școala Gimnazială “Oprea Iorgulescu” Câmpulung

Referent științific : *Conf.univ.dr.* **Costel BĂLCĂU**

Universitatea Din Pitești Departamentul Matematică Informatică

Colectivul de redacție :

✓ Prof. **Simona PAVEL**

Școala Gimnazială “Oprea Iorgulescu” Câmpulung

✓ Prof. **Magdalena Isabela ȚENȚU**

Școala Gimnazială Valea Mare Pravăț

Școala Gimnazială “Oprea Iorgulescu” Câmpulung

Autorii materialelor publicate își asumă răspunderea pentru originalitatea acestora.

ISSN 2457-9653

ISSN-L 2457-9653

Cu aprobarea Inspectoratului Școlar Județean Argeș nr. 5890 / 03.06.2016

CUPRINS

10 ianuarie Ziua matematicii, informaticii și științelor naturii	4
MATEMATICA ÎN CICLUL PRIMAR.....	5
Jocuri matematice utile în învățarea cifrelor romane Prof.înv.primar DANIELA-FLORINA NEAGOE	5
Crearea fișelor de lucru interactive LIVEWORKSHEETS Prof. înv. primar UNGUREANU CARMEN IONELA.....	8
Jocul didactic la orele de matematică Prof. înv. primar OPREI VERONICA	13
Creativitatea matematică la elevii din ciclul primar Prof. înv. primar MARIANA BĂRUȚA	15
Jocul didactic în orele de matematică la ciclul primar Prof. înv. Primar VOICULESCU SIMONA ELENA.....	18
MATEMATICA ÎN CICLUL GIMNAZIAL	21
STUDIU ASUPRA CAZULUI DE (NE)CONGRUENȚĂ ULL Prof. PRUNOIU MARIA	21
NUMĂRUL, SUMA ȘI PRODUSUL DIVIZORILOR UNUI NUMĂR NATURAL Prof. IONELA POPESCU.....	23
APLICAREA METODEI MOZAICULUI ÎN PREDAREA MATEMATICII Prof. ȚENȚU MAGDALENA ISABELA.....	26
METODA PREDĂRII/ÎNVĂȚĂRII RECIPROCE Prof. PAVEL SIMONA.....	28
MATEMATICA DE GIMNAZIU DINCOLO DE MANUAL Prof. ȚENȚU MAGDALENA ISABELA.....	30
PROBLEME PROPUSE ÎN NUMĂRUL ANTERIOR ȘI REZOLVATE AICI !	34
CLASA A V-A.....	34
CLASA a VI-a.....	35
CLASA a VII-A	37
CLASA A VIII-A.....	40
PROBLEME PREGĂTITOARE PENTRU CONCURSURI ȘI OLIMPIADE GIMNAZIU	42
CLASA A V-A.....	42
CLASA A VI-A.....	42
CLASA A VII-A.....	42
CLASA A VIII-A.....	43
CUM A APĂRUT MATEMATICA?	44

10 ianuarie Ziua matematicii, informaticii și științelor naturii

În ziua de 10 ianuarie 1906 se naște academicianul Grigore Constantin Moisil, personalitate care și-a pus amprenta asupra dezvoltării matematicii românești și care a fost cel mai important pionier al informaticii în România, și unul dintre cei mai importanți teoreticieni ai informaticii din lume.

Personalitate plurivalentă, profesorul acad. Grigore C. Moisil a avut o activitate științifică însemnată în informatică, logică polivalentă, logică booleană, mecanică teoretică, algebră, analiză matematică și geometrie. Având formație academică atât de matematician, cât și de inginer, profesorul Moisil a reușit să îmbine pe tot parcursul vieții sale aspectele teoretice cu efectele lor practice la nivelul societății. A fost cel care a inițiat și dezvoltat studiul informaticii în România atât în zona școlară și universitară – după înființarea secției de „Mașini de Calcul” (anul 1959), a înființat Licee de informatică, iar în universități secția de „Informatică”, cât și în cea a cercetării științifice organizate, înființând în anul 1962 Centrul de Calcul al Universității din București (CCUB), iar în anul 1970 Institutul Central de Informatică (ICI). De asemenea, a fost unul dintre inițiatorii proiectului pentru realizarea primului calculator electronic românesc, finalizat în anul 1957, proiect care a propulsat România în rândul primelor opt țări care au proiectat și construit un sistem electronic de calcul. Moisil a fost și un mare popularizator al științei și tehnologiei în țara noastră. Conferințele sale și, mai ales, emisiunile de la Radio și TV România au inspirat generații de elevi și de studenți determinându-i să urmeze discipline științifice și tehnologice, lucru care a dus la o dezvoltare fără precedent a acestor domenii în România.

“Matematica va fi limba latină a viitorului, obligatorie pentru toți oamenii de știință. Tocmai pentru că matematica permite accelerarea maximă a circulației ideilor științifice”

Grigore C. Moisil

<https://www.crifst.ro> |



MATEMATICA ÎN CICLUL PRIMAR

Jocuri matematice utile în învățarea cifrelor romane

Prof. înv. primar DANIELA-FLORINA NEAGOE

Școala Gimnazială „Oprea Iorgulescu” Câmpulung, jud. Argeș

Jocul este o formă de activitate bine gândită, necesară și indispensabilă procesului educației, este o activitate prin care conținutul, forma și funcționalitatea sa specifică nu o confundă cu niciuna dintre alte forme de activitate instructiv-educativă.

În urmă cu 300 de ani, Comenius a prefigurat ideea că școala trebuie să se identifice cu jocul. Astăzi toți pedagogii recunosc în joc un mijloc ideal de educație. Jocul didactic îmbină armonios elementul instructiv cu cel educativ.

Învățarea nu presupune doar simpla acumulare a unor informații sau cunoștințe inoperante, ci învățarea are o puternică dimensiune formativă, ea vizând în egală măsură cunoașterea, afectivitatea, voința sau gândirea. Prin învățare se formează întreaga personalitate a individului și implică întregul psihic uman.

Datorită multiplicării surselor de informare, se pune tot mai mult accentul pe latura formativă a învățării școlare, pe procedeele și modalitățile de dobândire independentă a cunoștințelor.

Accentul se mută de pe ceea ce învață spre felul cum se învață, iar învățarea ar urma să aibă ca rezultat nu atât simpla acumulare de informații, cât mai ales formarea și cristalizarea unor capacități de gândire și de orientare, flexibilizarea structurilor cognitive și atitudinale și dezvoltarea creativității, toate acestea având ca scop facilitarea procesului de adaptare a individului la schimbările rapide care au loc în societatea contemporană.

Cadrul didactic trebuie să găsească acele metode și procedee prin care să țină sub control toate condițiile externe (cerințe școlare, conținuturi, ambianța psihosocială din cadrul clasei de elevi, relațiile lui cu elevii, vârsta acestora, etc.), el putând selecta și chiar crea unele din aceste condiții, în funcție de finalitățile didactice pe care le urmărește. Pornind de la aceste premise și ținând cont de particularitățile individuale și de vârstă ale școlarilor din ciclul primar am creat cu ei și pentru ei o multitudine de materiale didactice prin care am încercat să abordăm disciplina matematică într-un mod atractiv și intuitiv.

Încorporat în activitatea didactică, jocul imprimă acesteia un caracter mai viu și mai atrăgător, aduce varietate și o stare de bună dispoziție, de veselie, de destindere, ceea ce previne apariția monotoniei și a plictiselii, a oboselii.

Jocul fortifică energiile intelectuale și fizice ale școlarilor, generând o motivație secundară, dar stimulatorie. Jocul didactic este un tip specific de activitate prin care învățământul consolidează, precizează, sau chiar verifică cunoștințele elevilor, le îmbogățește sfera de cunoștințe, pune în valoare și antrenează capacitățile creatoare ale acestora.

Iată câteva dintre formele eficiente de a capta interesul elevilor:

- jocul didactic pentru formarea reprezentărilor matematice, de valorificare în condiții și forme noi a cunoștințelor deja acumulate;
- jocurile care angajează resursele intelectuale, antrenează gândirea logică, înlesnesc rezolvarea problemelor puse elevilor.

Jocurile matematice pot fi introduse în orice parte a orei de curs, în funcție de condițiile concrete, având sarcini didactice precise. „Pentru copil, ca și pentru un matematician, jocul este o treabă serioasă”, spunea Grigore Moisil.

Elevii apreciază cu atât mai mult jocurile matematice, cu cât sunt implicați în crearea lor efectivă. De cele mai multe ori planșele cu jocuri au fost colorate de către elevi, au participat la decuparea acestora, la sortarea sau depozitarea lor în sala de clasă.

Exemple de jocuri folosite în învățarea cifrelor romane la clasa a III-a:

„Joc de masă” – citirea numerelor scrise cu cifre romane



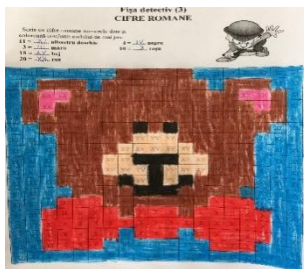
Acest joc se poate juca atât în echipă, cât și în grupe mici de trei sau patru elevi. Elevii își aleg un pion (de cele mai multe ori mici jucării), dau cu zarul și înaintează atâtea casete cât arată acesta. În caseta unde s-a oprit există un număr scris cu cifre romane. Elevul spune partenerului de joc ce număr este acela și dă cu zarul următorul elev. Dacă nu știe răspunsul sau îl greșește se întoarce cu pionul la caseta de „START”. Câștigă elevul care ajunge primul la caseta de „FINISH”.

„DOMINO” – consolidarea citirii numerelor scrise cu cifre romane

Acest joc se poate juca și sub formă de întrecere între doi sau mai mulți elevi, câștigând cel care așază cel mai repede cartonașele de DOMINO în ordinea corectă. Pe foi colorate pot fi create piesele de domino, fiecare echipă având o altă culoare, eliminând astfel pericolul de a se încurca piesele între ele. Elevii au un cartonaș de început pe care scrie START și unul de final pe care scrie FINISH.

„Fișă DETECTIV” – exercițiu de colorare după cod a cifrelor romane

Acest joc a fost creat pentru a facilita învățarea cifrelor romane. Elevii primesc o fișă cu pătrățele în care sunt inserate numere scrise cu cifre romane, după un anumit cod. După colorare, elevii descoperă o imagine anume.



„Eu am... Cine are...” – consolidarea citirii numerelor scrise cu cifre romane

Am creat cartonașe pentru toți elevii clasei, pe care am scris numere cu cifre romane și cu cifre arabe. Am laminat aceste cartonașe. Ele pot fi distribuite elevilor în oricare moment al orei de matematică deoarece durează doar câteva minute. Jocul începe de la cartonașul pe care eu am scris „Eu am I...” și se termină cu cartonașul pe care scrie „Gata jocul”.

„Monede romane” – consolidarea citirii numerelor scrise cu cifre romane

Acest joc se joacă sunt scrise cifre arabe. „monedele”. După ce dau cifre romane, și-l „monede”.



în echipă de câte doi elevi. Ei primesc o fișă și un zar pe care Fiecare elev își alege o culoare cu care va desena cu zarul, caută numărul de pe zar pe fișă, unde este scris cu colorează. Câștigă elevul care a desenat cele mai multe

„BINGO matematic” – exerciții de citire a numerelor scrise cu cifre romane

Acest joc se poate face în locul clasicului orei de matematică deoarece activează și elevilor aleatoriu cifre romane iar elevii trebuie să marcheze cu un X. După mai multe citiri spuse de realiza un rând sau o coloană, moment în care BINGO a câștigat. Pentru că de cele mai multe ori



„Calcul mintal” sau în orice parte a antrenează elevii. Învățătorul spune le caute pe foaia de BINGO și să le învățător și bifate de elevi, se va primul dintre elevi care strigă mai mulți elevi strigă BINGO,

învățătorul va verifica biletele tuturor elevilor, pentru a vedea dacă au fost marcate cu X toate casetele, conform biletului completat de acesta.

„Pătrate magice” – consolidarea citirii și scrierii numerelor cu cifre romane

Acest joc implică toți elevii clasei și se poate integra cu alte cunoștințe de comunicare în limba română sau arte vizuale și abilități practice. Elevii primesc niște cartonașe colorate pe care sunt scrise numere cu cifre romane. După ce scriu cu cifre arabe numărul de pe cartonaș, vor veni la coala de care a fost împărțită în mai multe pătrate și vor lipi cartonașul pe numărul găsit de el. Pentru a nu se lipi greșit cartonașele, cadrul didactic va verifica numărul scris de fiecare elev. Imaginea de pe poate avea mai multe sau mai puține pătrate, în funcție de timpul disponibil alocat acestei activități. Este o activitate care necesită un timp de pregătire destul de mare pentru cadrul didactic, dar s-a dovedit a fi una foarte plăcută de elevi și se poate realiza începând de la clasa pregătitoare și până la clasa a IV-a, verificând astfel anumite competențe ale elevilor.

În procesul instructiv-educativ am plecat de la premisa că noțiunile se formează prin abstractizare și generalizare, dar pornind de la un material intuitiv bogat și variat. De cele mai multe ori i-am implicat chiar pe elevi în realizarea acestor materiale didactice care au rămas mai apoi mereu la îndemâna lor pentru „joc”. Prin folosirea acestor materiale intuitive am încercat să înzestrez elevilor abilități aferente eficientizării activității de învățare a matematicii.

Învățarea activă poate fi considerată una dintre condițiile fundamentale ale asimilării temeinice și durabile a cunoștințelor. Învățarea bazată pe implicarea elevului are o eficiență sporită deoarece pe parcursul realizării unor operații (concrete sau mintale) asupra materialului supus învățării, gradul de concentrare a atenției elevului este mai mare decât atunci când același material ar fi receptat pasiv. Înțelegerea unui conținut poate fi facilitată atunci când el este privit din mai multe perspective.

BIBLIOGRAFIE:

CĂPÎLNEANU, Ioan, *Inteligență și creativitate*, București, Editura Militară, 1978.

NEACȘU, Ioan, *Instruire și învățare*, București, Editura Didactică și Pedagogică, 1999.

STĂNICĂ, Nicoleta, *1200 de exerciții și probleme*, Editura Litera Educațional, București, 2016.

Crearea fișelor de lucru interactive **LIVEWORKSHEETS**

Prof. înv. primar UNGUREANU CARMEN IONELA
Școala Gimnazială „Oprea Iorgulescu”, Câmpulung, jud. Argeș

Liveworksheets vă permite să transformați foile de lucru tradiționale tipărite (doc, pdf, jpg ...) în exerciții interactive online cu autocorecție, pe care le numim „foi de lucru interactive”. Astfel, elevii pot rezolva fișele de lucru online și pot trimite răspunsurile profesorului. Acest lucru este bun pentru studenți (este motivant), pentru profesor (economisește timp) și pentru mediu (economisește hârtie).

În plus, foile de lucru interactive profită din plin de noile tehnologii aplicate educației: acestea pot include sunete, videoclipuri, exerciții de drag and drop, alăturare cu săgeți, alegere multiplă ... și chiar exerciții de vorbire, pe care elevii trebuie să le facă cu ajutorul microfonului .

Profesorii pot utiliza foi de lucru live pentru a crea propriile foi de lucru interactive sau le pot folosi pe cele partajate de alți profesori.

Cum poate crea un cadru didactic propriile foi de lucru interactive?

Este foarte ușor. Practic, încărcați documentul (doc, pdf, jpg ...) și acesta va fi convertit într-o imagine. Apoi, trebuie doar să desenați casete pe foaia de lucru și să introduceți răspunsurile corecte.

Există, de asemenea, câteva comenzi pe care trebuie să le învățați dacă doriți să faceți alte tipuri de exerciții, cum ar fi drag and drop, alăturați-vă cu săgeți, exerciții de vorbire etc.

Dacă împărtășiți foile de lucru interactive cu restul profesorilor, puteți face oricâte doriți și vom fi foarte recunoscători. De asemenea, puteți păstra fișele de lucru private, dar există o limită de 30 de foi de lucru private pe platforma <https://www.liveworksheets.com>.

Trebuie să ținem cont de faptul că nu putem partaja foi de lucru preluate de pe alte site-uri web, scanate din manuale sau care includ orice conținut protejat prin drepturi de autor fără autorizare.

Cea mai simplă cale de a obține răspunsurile elevilor: aceștia deschid foaia de lucru, fac exercițiile și fac clic pe „Finalizare”. Apoi aleg „Trimite răspunsurile mele profesorului” și îți introduc adresa de e-mail (sau codul cheie secret). Profesorul primește o notificare în e-mailul personal și poate verifica toate răspunsurile elevilor în căsuța de e-mail. Nu există nicio limită a numărului de foi de lucru pe care elevii dvs. vă pot trimite, dar toate răspunsurile lor vor fi șterse după 30 de zile.

O cale mai complicată, dar mult mai bună ca opțiune: putem să ne creăm propriile cărți de lucru interactive și putem adăuga fișele de lucru preferate (propriile dvs. sau partajate de alți profesori). Apoi, trebuie să ne înregistrăm elevii (aceștia se pot înregistra și ei înșiși cu codul tău secret) și să le atribuim registrele de lucru.

După aceea, elevii pot deschide registrele de lucru cu numele de utilizator și parola și pot face exercițiile. Le puteți verifica oricând munca, le puteți atribui teme și puteți adăuga comentarii sau note. Elevii își pot înregistra opțional e-mailul pentru a primi notificări despre teme lor și comentariile profesorului.

Cărțile de lucru interactive sunt extrem de personalizabile, permit feedback-ul profesorilor și salvează răspunsurile tuturor elevilor pentru timp nelimitat.

Putem adăuga foile personale de lucru interactive pe propriile site-uri web sau blog-uri. Trebuie doar să deschidem foaia de lucru și să facem clic pe „Încorporați pe site-ul sau blogul meu”. Acolo veți primi codul de inserat în site-ul dvs. web.

Multe dintre foile de lucru pot fi descărcate și în format pdf (dacă autorul a permis această opțiune). Putem descărca 10 foi de lucru pe zi.

MATEMATICĂ

CLASA PREGĂTITOARE

Subiectul: SCĂDEREA CU 2

SCĂDEREA CU 2



1. Calculează și scrie operația matematică folosind imaginile!

- =



$$8 - 2 = 6$$



$$5 - 2 = 3$$



$$4 - 2 = 2$$



2. Completează fulgii de zăpadă cu numerele ce lipsesc!

$$3 - 2 = \text{fulg cu } 1 \quad 9 - \text{fulg cu } 2 = 7$$

$$8 - 2 = \text{fulg cu } 6 \quad 5 - \text{fulg cu } 2 = 3$$

$$10 - 2 = \text{fulg cu } 8 \quad 3 - \text{fulg cu } 2 = 1$$

$$\text{fulg cu } 6 - 2 = 4 \quad \text{fulg cu } 7 - 2 = 5$$

3. Rezolvă problema următoare!

Stau la sfat, pe rămurele

Nouă păsărele.

O căsuță păsărească

Ar dori să construiască.

Două zboară după crenguțe,

Fiindcă sunt mai hărnicuțe,

Oare câte păsărele

Au rămas pe rămurele?



$$\boxed{9} \quad \boxed{-} \quad \boxed{2} \quad \boxed{=} \quad \boxed{7}$$

La finalul testului
apasă butonul
Finish!



Finish!!

What do you want to do?



Check my answers



Email my answers to my teacher



SCĂDEREA CU 2



1. Calculează și scrie operația matematică folosind imaginile!



Cea mai simplă cale de a obține răspunsurile elevilor: aceștia deschid foaia de lucru, fac exercițiile și fac clic pe „**Finalizare**”.

Pot alege „**Verifică răspunsurile mele**” și fișa îi este corectată automat, pe loc, primind nota (feedback-ul, inclusiv corectarea greșelilor) sau pot alege „**Trimite răspunsurile mele profesorului**” și introduc adresa de e-mail, urmând ca profesorul să le corecteze ulterior...

Jocul didactic la orele de matematică

Prof. învă. primar OPREI VERONICA

Școala Gimnazială „Oprea Iorgulescu”, Câmpulung, jud. Argeș

Dacă la vârsta preșcolară jocul reprezintă activitatea principală a copilului, la vârsta școlară mică jocul didactic este o formă accesibilă și plăcută de învățare activă, participativă, stimulând în același timp inițiativa și creativitatea elevilor. Pentru vârsta școlară mică, jocul didactic are valențe formative din cele mai bogate. Astfel, prin joc se formează deprinderile de muncă independentă, perseverența și ambiția, pentru învingerea dificultăților, atitudinea disciplinată, de respect față de coleg și coechipier. Cooperarea în realizarea sarcinilor jocului conduce la formarea spiritului colectiv, iar competitivitatea angajează la efort toate capacitățile elevului, fără a produce oboseală.

În ierarhia metodelor activ-participative din învățământul primar, jocul didactic își găsește locul cu maximă eficiență. La vârsta școlară, jocul este de fapt un mijloc de învățare. Datorită conținutului și modului de organizare, jocurile didactice sunt mijloace eficiente de activizare a întregii clase, contribuind la formarea și dezvoltarea deprinderilor practice elementare. Scopul jocului este acela de a-l înarma pe elev cu un aparat de gândire logică, suplă, polivalentă, care să-i permită să se orienteze în problemele realității înconjurătoare, să exprime judecăți și raționamente variate într-un limbaj simplu. Această formă de activitate oferă un cadru prielnic pentru învățarea activă, participativă, stimulând inițiativa și creativitatea elevilor. Cu cât jocul este mai bine structurat, elevul acordă o implicare mai mare în desfășurarea lui.

Nevoia omului de a se adapta în continuu la situații, la procese și probleme de muncă mereu noi, impun ca școala, o dată cu funcția ei informativă, să dezvolte și atitudinile intelectuale ale elevilor, independența și creativitatea gândirii. Particularitățile de vârstă și cele individuale ale elevilor impun un anumit specific predării. În clasele primare, copilul își formează deprinderi de citire și scriere corectă, face cunoștință cu primele noțiuni matematice, începe studiul mediului înconjurător, al geografiei și istoriei.

Jocurile didactice cuprind **sarcini didactice** care contribuie la **valorificarea creatoare a deprinderilor și a cunoștințelor achiziționate**, la dobândirea, prin mijloace proprii, a unor noi cunoștințe. Ele angajează întreaga personalitate a copilului, constituind adevărate mijloace de evidențiere a capacităților creatoare, dar angajează și **metode de stimulare a potențialului creativ** al copilului, referindu-se la creativitatea de tip școlar, manifestată de elevi în procesul de învățare.

Matematica, pătrunzând în aproape toate domeniile de cercetare și aducându-și contribuția la dezvoltarea tuturor științelor, este chemată să-și îndeplinească rolul de factor esențial la adaptarea rapidă a fiecărui cetățean la cerințele mereu crescânde ale societății în care trăim. Bazele unei bune pregătiri și formări matematice se pun încă din clasele primare, cu accentul pe dezvoltarea capacității intelectuale ale elevilor și a priceperii de a le utiliza în mod creator.

O contribuție esențială la realizarea acestei sarcini o dă studiul matematicii în maniera modernă. Matematica modernă urmărește antrenarea sistemică și gradată a gândirii elevilor în rezolvarea exercițiilor și problemelor, disciplinarea gândirii elevilor și formarea capacității de a gândi condesat, în tensiune maximă, care solicită gândirea la un efort susținut și gradat. Se poate afirma că matematica modernă este investită în bogate valențe educativ – formative, nu numai în direcția formării intelectuale, ci și în ceea ce privește contribuția ei la dezvoltarea personalității umane, având o importantă contribuție la formarea omului ca personalitate.

Pentru a mări eficiența formativă a învățământului în clasele I-IV, se cere asigurarea în primul rând a calității cunoștințelor pe care și le însușesc copiii. Metodele și mijloacele de învățare trebuie să fie atent selecționate, să corespundă intereselor elevilor, să solicite activitatea elevilor. Copilul trebuie îndrumat în permanență ca tot ceea ce scrie să treacă prin filtrul gândirii.

Prin modelare, joc didactic , problematizare, învățarea prin descoperire elevul este pus în situația de a căuta , a descoperi, de a rezolva situații noi, neînvățate anterior. Acestea privesc atât activitatea elevului cât și pe cea a învățătorului .

Matematica este știința cea mai operativă, care are cele mai multe și mai complete legături cu viața. Ea se învață pentru a fi utilă. Nu există vreun domeniu al vieții în care matematica să nu-și găsească aplicabilitatea. Tocmai de aceea, modernizarea învățământului matematic apare ca o necesitate.

Încă din ciclul primar, se impune stimularea gândirii logice, a judecății matematice la elevi, iar evoluția disciplinei a dus la o abordare atractivă, spre dezvoltarea raționamentului și a creativității.

Lecțiile organizate cu introducerea unui joc didactic matematic au asigurat participarea activă a elevilor la dobândirea cunoștințelor, la formarea unui stil de muncă intelectuală, lecția devenind o modalitate de organizare a activității de învățare. Creșterea nivelului de pregătire a elevilor prin folosirea jocurilor didactice demonstrează utilitatea lor .

În concluzie, jocul didactic folosit la momentul adecvat are valențe formative incontestabile, el contribuind la îmbunătățirea procesului instructiv-educativ, la cultivarea dorințelor exploratorii ale elevilor de a înțelege, de a-și explica și de a descifra mecanismele problematizării.

BIBLIOGRAFIE:

- D. Ana, M. Ana, D. Logel, E. Stroescu-Logel - *Metodica predării matematicii la clasele I - IV* , Ed. Carminis, (2005)
- Dumitru, I. Al. – *Dezvoltarea gândirii critice și învățarea eficientă*, Ed. de Vest, Timișoara (2000)
- Simionică, Elena - *Matematica prin joc pentru clasele I- IV*, Ed. Polirom Iași (1998)

Creativitatea matematică la elevii din ciclul primar

Prof. înv. primar MARIANA BĂRUȚA

Școala Gimnazială „Oprea Iorgulescu”, Câmpulung, jud. Argeș

*“Adevăratul semn de inteligență
nu este cunoașterea ci imaginația.”*

Albert Einstein

Preocupările numeroase pentru studiul creativității, pentru găsirea și utilizarea unor metode de antrenare și dezvoltare a creației, la nivel individual și de grup, sunt justificate de cerințele sociale prezente și de viitor. Epoca contemporană, frământată de adânci prefaceri rapide în direcția unui progres iminent, aduce ceva nou: conștientizarea necesității dezvoltării creativității și întreprinderea unor acțiuni concrete în acest sens. Înțelegând că viața nu este statică, ci un produs creativ continuu, individul reușește să înțeleagă viața ca un tot unitar dinamic, la modelarea căruia putem contribui și noi printr-o participare activă și creativă. Având în vedere receptivitatea maximă a vârstei școlare mici, care obligă la preocupări pentru un proces formativ timpuriu, cred că, în cadrul procesului educativ din clasele primare, stimularea creativității ar trebui să dețină un loc deosebit.

Copilul de azi trebuie modelat pentru a deveni omul creator de mâine, pentru a participa creativ la modelarea acestui „tot dinamic” care este viața. Totodată creativitatea îl ajută să se dezvolte, să se realizeze și să transforme activ mediul înconjurător, determinând astfel schimbările viitoare.

Gândirea logico-matematică este imperios necesară individului din societatea contemporană, acesta trebuie să fie capabil să combine și recombine elementele cunoscute pentru a ajunge la produse noi, originale. Nu este ușor să te adaptezi într-o societate în care reconversia profesională este o realitate. Astfel avem nevoie de o gândire logică ageră, de motivație, creativitate, imaginație și nu în ultimul rând - voință pentru a reuși.

Cu ajutorul matematicii putem dezvolta la elevii noștri aceste procese psihice deoarece și matematica presupune găsirea de soluții noi de rezolvare a problemelor, la fel ca și viața de zi cu zi. Modernizarea învățământului matematic, înseamnă potențarea acestor valențe formative, studiul acestei discipline contribuind cu precădere la dezvoltarea gândirii creatoare. Matematica este considerată de multe ori de către elevi o disciplină dificilă, rigidă, neplăcută. Acest lucru se datorează în mare măsură strategiilor tradiționale. De aceea, rolul nostru, al dascălilor este de a face din matematică un obiect plăcut, interesant și atractiv.

Einstein spunea că : „Mintea intuitivă este un dar sacru iar mintea rațională este servitorul ei de încredere. Am creat o societate care onorează servitorul și a uitat darul.” Dezvoltarea potențialului creativ uman presupune, în primul rând, o optimă interacțiune educativă a tuturor factorilor de educație care interacționează într-o societate, școala fiind un factor de influență.

În ciuda faptului că matematica este știința conceptelor celor mai abstracte, de o extremă generalitate, majoritatea copiilor îndrăgesc matematica și așteaptă cu plăcere aceste ore. Nu este mai puțin adevărat că dascălul are rolul, locul și menirea sa de a-i motiva pe elevi să o studieze cu plăcere și de a o face accesibilă și puternic ancorată în realitate, de a le explica utilitatea și aplicabilitatea ei în viața de zi cu zi.

În viața de toate zilele, matematica are importanța sa deosebită, recunoscută în întreaga lume. Conexiunile matematicii cu viața de zi cu zi și, mai târziu , în clasele mai mari, chiar și cu alte domenii ale cunoașterii și vieții, le formează elevilor o gândire logică și flexibilă, le sporește motivația pentru studiul matematicii și îi conduce la înțelegerea unitară a lumii înconjurătoare, putând fi, de altfel, și un instrument eficace în vederea petrecerii timpului liber în mod plăcut și constructiv.

Matematica este o disciplină creativă și pasionantă. Ea poate produce momente de plăcere și încântare când elevul rezolvă o problemă pentru prima dată, descoperă o rezolvare mai elegantă a problemei sau vede pe neașteptate conexiuni ascunse. Cu toate acestea, pentru un număr însemnat de elevi, matematica rămâne o

mare necunoscută fără prea multe soluții pentru ei, dacă nu este legată de viața lor de zi cu zi și nu este aplicată în practică. Accentul cade pe utilizarea unor metode activ- participative. Caracteristic pentru aceste metode este participarea, implicarea activă, angajarea deplină, cu toate resursele posibile, a subiectului în actul învățării.

Activizarea învățării presupune folosirea unor metode, tehnici și procedee care să-l implice activ pe elev în procesul de învățare, urmărindu-se dezvoltarea gândirii, stimularea creativității, dezvoltarea motivației pentru învățare. Elevul este ajutat să înțeleagă lumea în care trăiește și să aplice în diferite situații de viață ceea ce învață. „Metodele activ- participative sunt cele care caută să transforme contactul subiectului cu noul material într-o experiență activă, trăită de el.”(Ausubel D.B. , Robinson F.G.).

Folosind metode active elevii sunt scoși din ipostaza de obiect al formării și sunt transformați în subiecți activi, coparticipanți la propria formare. Sunt considerate metode active toate acele metode care sunt capabile: să mobilizeze energiile elevului, să-i concentreze atenția, să-l facă să urmărească cu interes și curiozitate lecția, să-i câștige adeziunea față de cele învățate, care-l mobilizează, să-și pună în joc imaginația, puterea de creație, memoria.

METODA CADRANELOR , metodă a gândirii critice, presupune trasarea pe mijlocul foi a două drepte perpendiculare, astfel încât să se formeze cele patru „cadrane” în care elevii vor nota informațiile solicitate. Se poate lucra individual sau cu clasa împărțită pe grupe și atunci fiecare grupa va primi câte o fișă. Se pot propune diferite cerințe în cadrul metodei cadranelor pentru a realiza obiectivele propuse în lecția respectivă.

Exemplificarea metodei prezentate:

Matematică

Clasa a IV-a

Unitatea de învățare: Rezolvare de probleme

Subiectul: Metoda grafică

Cadranul I – Problema Mihai a cheltuit în două zile 124 de lei. Câțul împărțirii sumei cheltuite în prima zi la suma cheltuită a doua zi este 2, iar restul 13. Află ce sumă a cheltuit băiatul în fiecare zi!	Cadranul al II-lea – Desenul 
Cadranul al III-lea – Rezolvarea 1. Care este suma segmentelor egale? $124 - 13 = 111$(lei) 2. Câte segmente egale sunt? $2 + 1 = 3$ (segmente) 3. Câți lei a cheltuit a doua zi? $111 : 3 = 37$(lei) 4. Câți lei a cheltuit prima zi? $2 \times 37 + 13 = 87$(lei)	Cadranul al IV-lea – Verificarea $I + II = 124$ lei $87 \text{ lei} + 37 \text{ lei} = 124 \text{ lei}$

Aplicarea metodei „ȘTIU / VREAU SĂ ȘTIU / AM ÎNVĂȚAT” pornește de la premisa că informația dobândită anterior de către elevi trebuie valorificată atunci când se predau noile cunoștințe și presupune parcurgerea a trei pași: inventarierea a ceea ce știm (etapa „Știu”), determinarea a ceea ce dorim să învățăm (etapa „Vreau să știu”) și reactualizarea a aceea ce am învățat (etapa „Am învățat”).

Voi prezenta un model de utilizare a metodei menționate.

Matematică
 Clasa a IV-a
 Unitatea de învățare: Rezolvare de probleme
 Subiectul: Ordinea efectuării operațiilor – Paranteze pătrate

ȘTIU	VREAU SĂ ȘTIU	AM ÎNVĂȚAT
-operații matematice: adunare, scădere, înmulțire, împărțire - termeni, sumă, descăzut, scăzător, rest, factori produs, deîmpărțit, împărțitor, cât, rest	1. Cum se rezolvă exercițiile cu paranteze [] ?	Rezolvăm exercițiile din paranteza rotundă și apoi din cea pătrată.
- proba operațiilor: $T1=S-T2$ $D=R+S$; $S=D-R$ $F1=P:F2$ $D=Cx\hat{I}+r$; $\hat{I}=(D-r):C$	2.Care este ordinea rezolvării acestor exerciții când apare și paranteza pătrată?	Se rezolvă exercițiile din paranteza rotundă, apoi cea pătrată se transformă în rotundă și apoi se rezolvă exercițiul din paranteză.
operații de ordinul I: adunarea și scăderea operații de ordinul II: înmulțirea și împărțirea paranteza ()	3.Cum rezolvăm exercițiile în care apar paranteze () și [], dar care conțin toate operațiile?	Se rezolvă întâi operațiile din parantezele rotunde ținând cont de ordinea efectuării operațiilor (exercițiile de înmulțire și împărțire, în ordinea în care sunt scrise, apoi cele de adunare și scădere), apoi pe cele din parantezele pătrate

În scopul stimulării potențialului creativ al elevilor, învățătorul trebuie să intervină conștient și activ pentru îndepărtarea blocajelor creativității elevilor.

Capacitatea elevilor de a crea și apetitul lor pentru creativitate, inovație depind într-o măsură semnificativă de unele caracteristici ale membrilor comunității școlare: deschiderea față de schimbare și toleranța la nou, obișnuința de a genera inovații și de a aplica lucruri inedite, exercițiul în integrarea, asimilarea, învățarea unor elemente noi.

Astfel, se impune ca necesitate dezvoltarea creativă, inclusiv creativitatea matematică, încă din ciclul primar. Dezvoltarea creativității matematice a elevilor reprezintă rezultatul diversificării sarcinilor didactice cu caracter creator, inclusiv prin utilizarea sistematică a metodelor activ participative și interactive.

BIBLIOGRAFIE :

Dumitru, I.A. Dezvoltarea gândirii critice și învățarea eficientă, Editura de Vest, Timișoara, 2000;
 Roco, Mihaela – Creativitate și inteligență emoțională, Ed. Polirom, 2004

Jocul didactic în orele de matematică la ciclul primar

Prof. înv. Primar VOICULESCU SIMONA ELENA

Școala Gimnazială „Oprea Iorgulescu”, Câmpulung, jud. Argeș

În perioada miciei școlarități copiii sunt încântați de ceea ce învață prin joc. Jocul îi dezvoltă copilului sentimente, îl deprinde cu răbdarea și disciplina, cu respectarea regulii. Organizate în grup, jocurile dezvoltă virtuți sociale: spirit de grup, prietenie, ordine, devotament. Practica arată că școlarii mici iubesc jocul și au nevoie de el.

Jocul didactic nu trebuie să lipsească din activitatea educativă. În primele clase jocul didactic ocupă un loc important. Folosirea lui în clasele mici determină pe micul școlar să învețe cu plăcere, să prezinte interes față de activitatea desfășurată la clasă. Jocul didactic îi ajută pe cei timizi să devină mai încrezători în forțele proprii, să fie mai siguri pe răspunsurile lor, să aibă încredere în capacitățile lor. Jocurile didactice îl motivează pe elev. Ele ajută la captarea atenției elevilor mici, înlătură monotonia, plictiseala sau dezinteresul pentru vreo activitate. Atunci când în predare se folosește jocul didactic, elevii participă altfel, sunt mult mai interesați și participă activ la lecție. Este foarte important de știut că prin joc învățătorul își poate cunoaște elevul. Copiii își arată în joc voința, stăpânirea de sine, inteligența, temperamentul. Condiția ca jocul didactic să-și atingă scopul este ca el să fie foarte bine pregătit. Indiferent în ce moment al lecției este folosit, jocul didactic impune pregătirea și organizarea clasei pentru joc, explicarea și fixarea regulilor, urmărirea executării lui de către elevi, aprecierea și evaluarea rezultatelor. Odată cu gândirea logică se dezvoltă și limbajul elevului, în mod deosebit în acest cadru, cel matematic, căruia îi este caracteristic laconismul, precizia și claritatea. Pentru sporirea eficienței lecțiilor cu conținut matematic, pentru preîntâmpinarea eșecului școlar și eliminarea supraîncărcării este necesar să se introducă în lecție elemente de joc prin care să se îmbine într-un tot armonios atât sarcini și funcții specifice jocului, cât și sarcini și funcții specifice învățării.

Jocul didactic este inclus în sistemul metodelor de învățământ cu rezultate deosebite, în primul rând, pentru că el răspunde în mod fericit particularităților de vârstă a școlarilor mici, iar în al doilea rând pentru că elementul distractiv pe care-l conține stimulează interesul și curiozitatea copilului. În clasele primare îmbinând armonios sarcinile instructiv - educative cu latura distractivă, jocul realizează dezideratul învățării prin joc, nu numai în clasă, ci și în timpul liber, în familie și cu prietenii. Studiul matematicii, încă din clasa pregătitoare, urmărește să ofere elevilor, la nivelul lor de înțelegere, posibilitatea explicării științifice a conceptului de număr natural și a operațiilor cu numere naturale. După înțelegerea acestor noțiuni se realizează la nivelul rigorii științifice a matematicii, atunci și limbajul în care se exprimă acest sistem de noțiuni trebuie să întocmească rigoarea științifică. Limbajul matematic, fiind limbajul conceptelor celor mai abstracte și mai generale se introduce la început cu unele dificultăți. Trebuie asigurată mai întâi înțelegerea noțiunii respective, într-un limbaj cunoscut de copii, accesibil lor. În clasele ciclului primar terminologia specific matematică se învață cu ușurință dacă sunt folosite poezii, ghicitori, rebusuri și alte jocuri didactice matematice în predarea lor. Folosit cu măiestrie jocul didactic matematic creează un cadru organizatoric care favorizează dezvoltarea curiozității și interesului copiilor pentru tema studiată, a spiritului de investigație și formarea deprinderilor de folosire spontană a cunoștințelor dobândite, relații de colaborare, ajutor reciproc, integrarea copilului în colectiv. În cadrul jocului are loc dezvoltarea tuturor laturilor personalității copiilor: capacități intelectuale, calități motrice, spiritul creativ. Unele jocuri oferă posibilitatea tratării diferențiate a elevilor. Sunt jocuri și exerciții distractive care solicită diverse soluții de rezolvare. Elevii cu posibilități mai mari vor găsi o varietate de căi, soluții ingenioase, iar cei cu posibilități mai reduse vor fi ajutați să nu se descurajeze.

Jocurile realizate prin muncă independentă permit formarea unei imagini clare asupra lacunelor elevilor sau a progreselor înregistrate, ajutând astfel la preîntâmpinarea rămănelor în urmă la învățătură și stimularea unor aptitudini. Jocul matematic este o formă de muncă independentă utilizată în rezolvarea exercițiilor și în același timp, permit controlul înțelegerii și al învățării, în condiții de individualizare a

învățământului. Jocurile didactice nu reprezintă un scop în sine, ci doar o metodă de lucru alături de celelalte la care dascălul apelează, fără a abuza de ele, în diverse etape ale lecției și eventual în afara orelor de clasă, în cadrul activităților școlare. Jocul didactic este o activitate instructiv - educativă care are o structură specifică îmbinând în mod organizatoric partea distractivă cu cea instructivă, menținând însă specificul de activitate didactică prin structura sa. Elementele componente acestuia sunt :

Scopul jocului reprezintă o finalitate generală spre care tinde jocul respectiv și se formulează pe baza obiectivelor de referință din programa disciplinei pentru clasa respectivă, reflectate în finalitățile jocului. Formularea trebuie să fie clară și să oglindească problemele specifice impuse de realizarea jocului respectiv.

Conținutul matematic al jocului include totalitatea cunoștințelor, priceperilor, deprinderilor cu care copii operează în joc. Acestea au fost însușite în activități anterioare. Conținutul jocului trebuie să fie bine dozat, conform particularităților de vârstă ale copiilor, să fie accesibil și atractiv, recreativ prin forma în care se desfășoară, prin mijloacele de învățământ utilizate, prin volumul de cunoștințe la care se apelează.

Sarcina didactică indică problema pe care copiii trebuie să o rezolve concret în timpul jocului (recunoaștere, denumire, scriere, comparare, ordonare, reconstituire) pentru a realiza scopul propus. Este recomandat ca sarcina didactică să fie formulată sub forma unui obiectiv operațional, ajutându-l pe copil să conștientizeze ce anume operații trebuie să efectueze. De asemenea este recomandat ca sarcina didactică să nu solicite doar procese numerice, ci să implice în rezolvarea operațiile gândirii: analiza, sinteza, comparația, dar și imaginația și creativitatea școlarilor.

Regulile jocului pentru realizarea sarcinii didactice și pentru stabilirea rezultatelor întrecerii se folosesc reguli de joc propuse de cadru didactic sau cunoscute în general de elevi. Precizează care sunt căile pe care trebuie să le urmeze copii în desfășurarea activității ludice pentru realizarea sarcinii didactice. Sunt prestabilite și obligatorii pentru toți participanții la joc și reglementează conduita și acțiunile acestora în funcție de structura particulară a jocului didactic. Regulile jocului prezintă o mare varietate: precizează acțiunile de joc, indică ordinea, succesiunea acestora, reglementează acțiunile dintre participanții la joc, stimulează sau inhibă anumite manifestări comportamentale.. Regulile trebuie să fie simple, ușor de reținut prin formularea clară și accesibilă și posibil de respectat de către toți copii și, în funcție de etapele jocului, se stabilesc și punctajele corespunzătoare.

Elementele de joc trebuie să îndeplinească strâns cu sarcina didactică și să mijlocească realizarea ei în cele mai bune condiții, constituindu-se în elemente de susținere ale situației de învățare, ele pot fi dintre cele mai variate: întrecere individuală sau pe echipe, cooperarea între participanți, recompensarea rezultatelor bune, penalizarea greșelilor comise de către cei antrenați în jocurile de rezolvare a exercițiilor sau problemelor, surpriza, așteptarea, aplauzele, încurajarea. Conceperea lor depinde de originalitatea, creativitatea și ingeniozitatea cadrului didactic. Sarcina cadrului didactic este de a găsi pentru fiecare joc elemente de joc cât mai variate, deosebite de cele folosite în activitățile anterioare, în caz contrar există riscul ca acestea să nu mai prezinte atractivitate pentru copii, esența jocului fiind astfel compromisă.

Materialul didactic - reușita jocului didactic depinde în mare măsură de materialul didactic folosit, de alegerea corespunzătoare și de calitatea acestuia. Materialul didactic trebuie să fie cât mai variat, cât mai adecvat conținutului jocului, să slujească cât mai bine scopului urmărit. Astfel se pot folosi: planșe, jucării, jetoane, cartonașe, fișe individuale, jucării, truse de figuri geometrice.

Jocul didactic stârnește curiozitatea epistemică; copilul devine apt să-și aprecieze particularitățile și performanțele, dorind să cunoască mai mult, vrând ca performanțele sale să fie mai bune. Copilul va mobiliza în acest sens toate resursele de care dispune pentru a înregistra succes în competiția ludică cu ceilalți.

Exemple de jocuri didactice matematice care duc la dezvoltarea creativității școlarilor mici și pe care le-am folosit cu succes în cadrul lecțiilor de matematică:

Enigma bilelor

Scopul jocului: - dezvoltarea creativității elevilor;
- consolidarea deprinderilor de calcul

Sarcina didactică: scrierea a două adunări și a două scăderi cu numerele de pe bile

Material didactic: jetoane cu numere, fișe

Elemente de joc: recompensa - echipa care termină prima corect va fi recompensată cu câte o bulină colorată pentru fiecare membru al ei

Desfășurarea jocului: Elevii, împărțiți în echipe, vor scrie pe fișe cele patru exerciții cu numerele de pe bile, reprezentantul fiecărei echipe va comunica ceea ce au lucrat membrii echipei.

$$4+1=5$$

$$1+4=5$$

$$5-4=1$$

$$5-1=4$$

$$8+2=10$$

$$2+8=10$$

$$10-8=2$$

$$10-2=8$$

Jocuri cu bețișoare

Scopul jocului: - dezvoltarea atenției și creativității elevilor;

- consolidarea deprinderii de a construi figuri geometrice

Sarcini didactice: 1. Construiți, cu ajutorul a 7 bețe de chibrituri, 2 pătrate egale.

2. Construiți 2 triunghiuri, folosind 5 bețișoare

Material didactic: bețișoare

Elemente de joc: întrecerea, surpriza

Desfășurarea jocului: Fiecare elev construiește, în mod individual figuri geometrice.

Chipuri din cifre

Scopul jocului: consolidarea deprinderii de folosire creativă a cifrelor

Sarcina didactică: desenarea diferitelor lucruri folosind cifre

Materiale didactice: culori, fișe

Elemente de joc: surpriza, întrecerea, recompensa prin buline roșii

Desfășurarea jocului: Fiecare elev va desena cât mai multe chipuri din cifre.

Enigma cercului

Scopul jocului: -dezvoltarea creativității elevilor;

-formarea deprinderii de calcul.

Sarcina didactică: găsirea cifrelor ce trebuie puse în cele 8 cercuri legate prin operații matematice, pentru a obține rezultatul 10

Materialul didactic: fișe cu imaginea de mai jos

Elemente de joc: întrecerea individuală

Desfășurarea jocului: Fiecare elev scrie pe fișă cifrele potrivite.

BIBLIOGRAFIE :

1. Cerghit, Ioan –*Metode de învățământ*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980

MATEMATICA ÎN CICLUL GIMNAZIAL

STUDIU ASUPRA CAZULUI DE (NE)CONGRUENȚĂ LUL

Prof. PRUNOIU MARIA

Școala Gimnazială „Oprea Iorgulescu”, Câmpulung, jud. Argeș

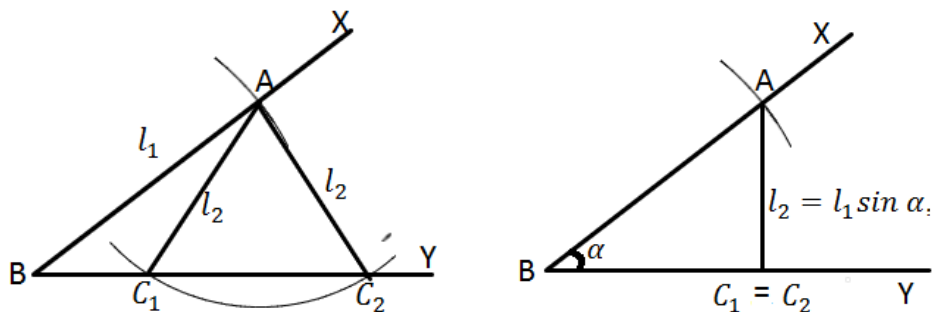
În problemele de geometrie, nu puține sunt cazurile în care apar triunghiuri care au câte două laturi și câte un unghi respectiv congruente, dar nu sunt în poziția LUL. Nefiind un caz clasic de congruență a triunghiurilor, rezolvitorul poate trece ușor peste aceste informații relative la poziția acestor triunghiuri, fără a le folosi. În cele ce urmează vom arăta cum trebuie folosite aceste informații despre perechi de triunghiuri aflate în situația de mai sus.

În acest sens, să analizăm următoarea problemă de construcție geometrică cu rigla și compasul.

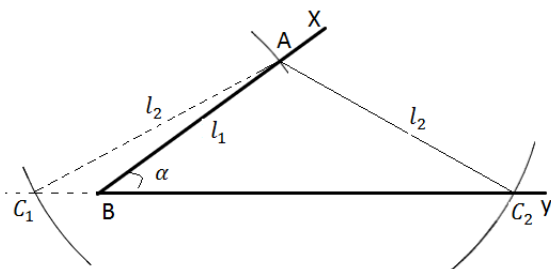
Problemă. Să se construiască un triunghi ΔABC cu proprietatea că $AB = l_1$, $AC = l_2$ și $\angle ABC = \alpha$, unde $l_1, l_2 > 0$ și $0 < \alpha < 90^\circ$.

Rezolvare. Fie unghiul $\angle XBY = \alpha$. Pe semidreapta (BX) alegem punctul A astfel încât $AB = l_1$. Cu vârful compasului în A și deschiderea egală cu l_2 se trasează un arc de cerc ω care, în general, intersectează semidreapta (BY) în două puncte, să zicem C_1 și C_2 . Există așadar două „tipuri” de triunghi în acest caz: ΔABC_1 și ΔABC_2 .

Pentru a fi riguroși, să menționăm că, dacă $l_2 < l_1 \sin \alpha$, problema nu are soluții, iar dacă, $l_2 = l_1 \sin \alpha$, atunci arcul ω intersectează (BY) într-un singur punct și există un singur tip de triunghi cu proprietățile din enunț.

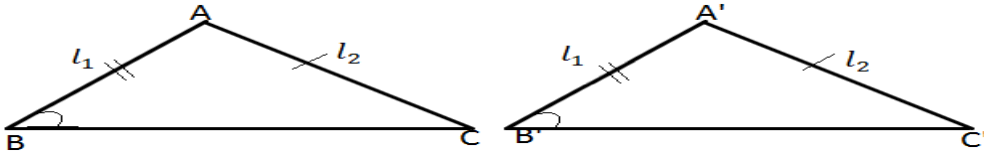


Să observăm în continuare că dacă l_2 este „prea mare”, atunci ω intersectează semidreapta (BY) într-un singur punct, celălalt punct de intersecție cu dreapta BY fiind situat pe semidreapta opusă lui (BY) .

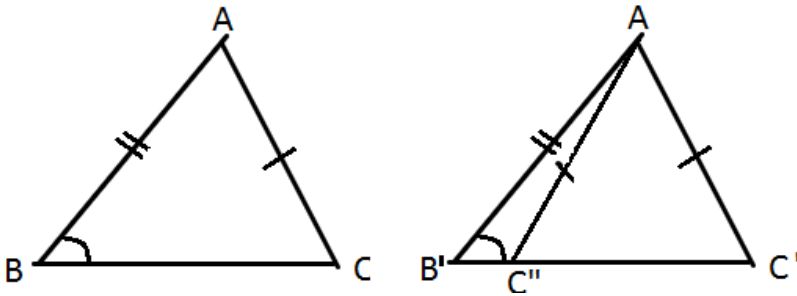


Ca o consecință a acestui fapt, stabilim următorul

Criteriu de congruență ULL pentru triunghiuri. Fie ABC și $A'B'C'$ două triunghiuri astfel încât $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A'B'C'$, $AB \equiv A'B'$, $AC \equiv A'C'$ și $AB < AC$. Atunci $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$.



Conform analizei dinainte, dacă în criteriul de congruență anterior se renunță la condiția $AB < AC$, atunci, în general, există două tipuri de triunghiuri $A'B'C'$ (pe care le notăm ca în figura următoare $A'B'C'$ și $A'B'C''$) pentru care avem $\sphericalangle ABC = \sphericalangle A'B'C'$, $AB \equiv A'B'$, $AC \equiv A'C'$



Vom spune că triunghiurile $\triangle A'B'C'$ și $\triangle A'B'C''$ sunt prietenele triunghiului $\triangle ABC$.

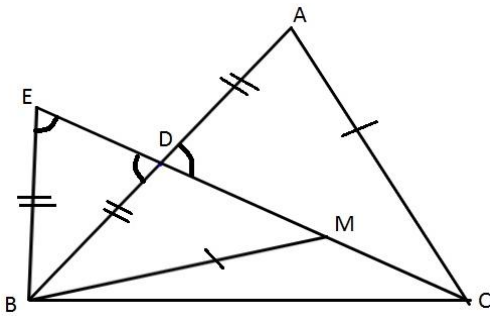
Următoarea problemă a fost dată la olimpiadă în Polonia în anul 2014.

Aplicație. În $\triangle ABC$, există un punct M pe mediana CD astfel încât $BM \equiv AC$. Demonstrați că $\sphericalangle BMD = \sphericalangle ACD$.

Soluție. Mai întâi, remarcăm faptul că $\frac{1}{2}AB < AC$, deoarece $AC > AD$ în triunghiul $\triangle ADC$ sau unghiul $\sphericalangle BMD$ este obtuz.

Fie $E \in (MD)$, $E \neq D$ astfel încât $BD = BE$.

Dacă presupunem că unghiul $\sphericalangle BMD$ este obtuz, atunci $D \in (EM)$.



Avem $BE = BD = AD$ și $\sphericalangle E = \sphericalangle D_1 = \sphericalangle D_2$.

Acum, $\sphericalangle MEB = \sphericalangle CDA$, $EB = DA$, $BM = AC$, iar din $\frac{1}{2}AB < AC$ rezultă că $AD < AC$ și $BE < BM$.

Suntem în cazul de congruență ULL prezentat anterior și obținem $\triangle EBM \equiv \triangle DAC$ ($\triangle DBM$ este prieten cu acestea). În consecință, $\sphericalangle BMD = \sphericalangle ACD$.

Cazul când unghiul $\sphericalangle ADC$ este obtuz se rezolvă analog.

NUMĂRUL, SUMA ȘI PRODUSUL DIVIZORILOR UNUI NUMĂR NATURAL

Prof. IONELA POPESCU
COLEGIUL NAȚIONAL „DINICU GOLESCU” și
ȘCOALA GIMNAZIALĂ „C. D. ARICESCU”
CÂMPULUNG MUSCEL, ARGES

a) Fie $a = p_1^{\alpha_1} \cdot p_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot p_n^{\alpha_n} \in \mathbb{N}^*$ descompunerea în factori primi a lui a . Numărul divizorilor lui a se calculează cu formula : $d(a) = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_n + 1)$.

b) Suma divizorilor lui a se calculează cu formula :

$$S = (1 + p_1 + p_1^2 + \dots + p_1^{\alpha_1})(1 + p_2 + p_2^2 + \dots + p_2^{\alpha_2}) \dots (1 + p_n + \dots + p_n^{\alpha_n})$$

$$S = \frac{p_1^{\alpha_1+1} - 1}{p_1 - 1} \cdot \frac{p_2^{\alpha_2+1} - 1}{p_2 - 1} \cdot \dots \cdot \frac{p_n^{\alpha_n+1} - 1}{p_n - 1}.$$

c) Dacă $d_1, d_2, \dots, d_n$ sunt toți divizorii naturali ai numărului a atunci avem relația :

$$(d_1 d_2 \dots d_n)^2 = a^n.$$

Aplicații :

1) Să se determine divizorii numărului 2007.

Soluție : $2007 = 3^2 \cdot 223$

Numărul divizorilor este $d(2007) = (2 + 1)(1 + 1) = 6$

$$D_{2007} = \{1, 3, 9, 223, 669, 2007\}.$$

2) Determinați numerele naturale n care au exact n divizori naturali.

R.M.T. 2008

Soluție : Evident $n \in \{1; 2\}$ satisfac condiția din enunț.

Dacă n are n divizori naturali atunci toate numerele naturale mai mici ca n îl divid pe n . În particular, $(n-1)/n$, adică există $k \in \mathbb{N}^*$ astfel încât $n = k(n-1)$. Cum $k \neq 1$, rezultă $k \geq 2$, deci

$$n = k(n-1) \geq 2(n-1) \Rightarrow n \leq 2.$$

Deci $n \in \{1; 2\}$.

3) Ce formă generală va avea un număr care are exact 3 divizori? Dar 4 divizori ?

Soluție : Un număr cu 3 divizori este de forma p^2 (pătrat perfect).

Un număr cu 4 divizori este de forma p^3 (cub perfect) sau pq , unde p și q sunt numere prime.

4) Determinați cel mai mic număr natural care are exact 15 divizori.

Soluție. $15=1 \cdot 15=3 \cdot 5$

$$N=2^{14}=16384 \text{ sau } N=2^4 \cdot 3^2=16 \cdot 9=144.$$

Numărul căutat este 144.

5) Să se determine numărul divizorilor și suma lor pentru numărul $n=496$. Ce observați ?

Soluție. $496=2^4 \cdot 31$; are $(4+1)(1+1)=10$ divizori

$$S=\frac{2^5-1}{2-1} \cdot \frac{31^2-1}{31-1}=31 \cdot \frac{960}{30}=31 \cdot 32=992=496 \cdot 2$$

Observație. $S=2n$. Acest număr se numește perfect.

Exemple de numere perfecte : 6, 28, 8128.

6) Fie a un număr prim și $n \in \mathbb{N}$ care verifică relația :

$$a^{9n}=26 \cdot (27+27^2+\dots+27^{2009})+27.$$

i) Să se determine a și n .

ii) Arătați că diferența dintre suma divizorilor lui n și suma divizorilor lui a este un număr divizibil cu 10.

$$\text{Soluție. } a^{9n}=26 \cdot \frac{27^{2010}-27}{27-1}+27=27^{2010}-27+27=27^{2010}=3^{3 \cdot 3 \cdot 670}=3^{9 \cdot 670}$$

Deci $a=3$ și $n=670=2 \cdot 5 \cdot 67$.

$$S_3=1+3=4 \quad S_{670}=\frac{2^2-1}{2-1} \cdot \frac{5^2-1}{5-1} \cdot \frac{67^2-1}{67-1}=3 \cdot 6 \cdot 68=1224$$

$$S_{670}-S_3=1224-4=1220=M_{10}.$$

7) Un număr natural este de forma $n=p^a \cdot q^b$, unde p și q sunt numere prime.

Știind că puterea a patra are 65 divizori, să se găsească ce putere a lui n are 176 divizori.

Soluție

$$d(n^4)=d(p^{4a}q^{4b})=(4a+1)(4b+1)=65=13 \cdot 5, \text{ deci}$$

$$\begin{cases} 4a+1=5 \\ 4b+1=13 \end{cases} \text{ sau } \begin{cases} 4a+1=13 \\ 4b+1=5 \end{cases}. \text{ Obținem } (a,b) \in \{(1;3), (3;1)\}.$$

$$\text{Cum } d(n^x)=(xa+1)(xb+1)=abx^2+(a+b)x+1=3x^2+4x+1=176$$

$$3x^2+4x=175 \Rightarrow x(3x+4)=5^2 \cdot 7 \Rightarrow x \in M_5 \text{ sau } x \in M_7. \text{ Se observă că soluția este } x=7.$$

8) Aflați numărul $n = 3^x \cdot 5^y \cdot 17^z$ știind că $17n$ are cu 56 divizori naturali mai mult decât n , iar $125n$ are cu 189 divizori mai mult ca n .

Soluție. $d(n) = (x+1)(y+1)(z+1)$

$$d(17n) = d(3^x \cdot 5^y \cdot 17^{z+1}) = (x+1)(y+1)(z+2) = d(n) + 56 \Rightarrow$$

$$(x+1)(y+1)(z+2) - (x+1)(y+1)(z+1) = 56 \Rightarrow$$

$$(x+1)(y+1)(z+2-z-1) = 56 \Rightarrow (x+1)(y+1) = 56 \quad (1)$$

$$d(125n) = d(3^x \cdot 5^{y+3} \cdot 17^z) = (x+1)(y+4)(z+1) = d(n) + 189 \Rightarrow$$

$$(x+1)(y+4)(z+1) - (x+1)(y+1)(z+1) = 189 \Rightarrow$$

$$(x+1)(z+1)(y+4-y-1) = 189 \Rightarrow 3(x+1)(z+1) = 189 \Rightarrow (x+1)(z+1) = 63 \quad (2)$$

Din (1) și (2) rezultă că $(x+1) = (56; 63) = 7 \Rightarrow x = 6$

$$7(y+1) = 56 \Rightarrow y+1 = 8 \Rightarrow y = 7$$

$$7(z+1) = 63 \Rightarrow z+1 = 9 \Rightarrow z = 8$$

Deci $n = 3^6 \cdot 5^7 \cdot 17^8$.

9) Știind că un număr natural are 4 divizori, iar produsul lor este 4225, să se determine numărul.

Soluție. $(d_1 d_2 d_3 d_4)^2 = n^4 \Rightarrow 4225^2 = n^4 \Rightarrow n^2 = 4225 \Rightarrow n = 65$.

Întrădevăr, $D_{65} = \{1; 5; 13; 65\}$.

10) Arătați că numărul divizorilor lui $n^{\alpha+1}$ care se divid cu n^α este egal cu $d(n)$.

Soluție. Este suficient să observăm că orice divizor al lui $n^{\alpha+1}$ ce se divide cu n^α este de forma $m \cdot n^\alpha$, m fiind divizor al lui n .

APLICAREA METODEI MOZAICULUI ÎN PREDAREA MATEMATICII

Prof. ȚENȚU MAGDALENA ISABELA

Școala Gimnazială Nr.1 Valea Mare-Pravaț

Unitatea de învățare :Numere naturale

Conținuturi :**Criterii de divizibilitate** –metode interactive de predare

Competențe cheie vizate:

- ✓ **Comunicare în limba maternă**
- ✓ **Competențe în matematică și competențe de bază în științe și tehnologii**
- ✓ **Competențe sociale și civice**

Competențe generale vizate:

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

Competențe specifice vizate:

1. Identificarea numerelor naturale în contexte variate
2. Analizarea unor situații date în care intervin numere naturale pentru a estima sau pentru a verifica validitatea unor calculi
3. Efectuarea de calcule cu numere naturale folosind operațiile aritmetice și proprietățile acestora

DEMERS DIDACTIC

Aplicarea metodei mozaicului la predarea criteriilor de divizibilitate cu 2, 5, 10 și 3

Etape:

1. *Împărțirea clasei a V-a în 5 grupuri eterogene de 4 elevi, fiecare dintre aceștia primind câte o fișă de învățare notată cu câte o literă (A, B, C, D). Fișele cuprind părți ale unui material, ce urmează a fi înțeles și discutat de către elevi.*

Propuneți lecția „Criterii de divizibilitate cu 2, 5, 10 și 3” – clasa a V-a

2. *Prezentarea succintă a subiectului tratat. Explicarea sarcinii de lucru și a modului în care se va desfășura activitatea.*

În cazul analizat, subiectul analizat este „Criteriile de divizibilitate cu 2, 5, 10 și 3”.

3. *Regruparea elevilor, în funcție de litera fișei primite, în **grupuri de experți**: toți elevii care au litera A vor forma un grup, cei cu litera B vor forma alt grup ș.a.m.d.*

Așadar, unul dintre grupurile de „experți” va fi format din toți elevii care au primit, în cadrul grupului inițial de 4, Criteriul de divizibilitate cu 3.

4. *Învățarea prin cooperare a secțiunii care a revenit fiecărui grup de experți. Elevii citesc, discută, încearcă să înțeleagă cât mai bine, hotărâsc modul în care pot preda ceea ce au înțeles colegilor din grupul lor original.*

Elevii din fiecare grup decid cum vor „preda”. Ei pot folosi exemple numerice, texte în vorbirea curentă, simboluri matematice.

5. *Revenirea în grupul inițial și predarea secțiunii pregătite celorlalți membri. Dacă sunt neclarități, se adresează întrebări expertului. Dacă neclaritățile persistă se pot adresa întrebări și celorlalți membrii din grupul expert pentru secțiunea respectivă.*

În fiecare grup, sunt astfel „predate” cele patru criterii de divizibilitate, cu exemple. În acest fel, fiecare elev devine responsabil atât pentru propria învățare, cât și pentru transmiterea corectă și completă a informațiilor. Este important să monitorizați această activitate, pentru ca achizițiile să fie corect transmise.

6. *Trecerea în revistă a materialului dat prin prezentare orală cu toată clasa / cu toți participanții.*

Câteva exerciții bine alese de profesor vor evidenția nivelul de înțelegere a temei.

Metoda Mozaicului are avantajul că implică toți elevii în activitate și că fiecare dintre ei devine responsabil, atât pentru propria învățare, cât și pentru învățarea celorlalți. De aceea, metoda este foarte utilă în motivarea elevilor: faptul că se transformă, pentru scurt timp, în „profesori” le conferă un ascendent moral asupra colegilor.

Fișe de experți

- **Fișa „A”: Criteriul de divizibilitate cu 2**
Un număr natural este divizibil cu 2 dacă și numai dacă ultima sa cifră este cifră pară.
- **Fișa „B”: Criteriul de divizibilitate cu 5**
Un număr natural este divizibil cu 5 dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0 sau 5.
- **Fișa „C”: Criteriul de divizibilitate cu 10**
Un număr natural este divizibil cu 10 dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0.
- **Fișa „D”: Criteriul de divizibilitate cu 3**
Un număr natural este divizibil cu 3 dacă și numai dacă suma cifrelor sale este multiplu de 3.

METODA PREDĂRII/ÎNVĂȚĂRII RECIPROCE

Prof. PAVEL SIMONA

Școala Gimnazială „Oprea Iorgulescu”, Câmpulung, jud. Argeș

Această metodă este una centrată pe grupe de elevi, în care elevilor li se oferă privilegiul ca ei să fie pentru colegi profesori, jucând rolul cadrului didactic, astfel încât vor explica situația propusă de profesor. Clasa de elevi este împărțită în patru grupe omogene, fiecare grupă având un rol bine stabilit de la început. Această metodă este foarte potrivită pentru a fi folosită în activitățile didactice unde trebuie ca elevii să lucreze pe text, literar sau științific. Textul se împarte, grupele conlucrează pentru înțelegerea și implicit rezolvarea problemei propuse, concluziile fiind trase împreună, în mod frontal.

Această metodă prezintă patru direcții de lucru, cele după care se formează cele patru grupe de lucru:

- rezumarea textului dat
- punerea întrebărilor care au răspuns în textul studiat
- scoaterea datelor care sunt prezentate în text, explicarea necunoscutelor
- emiterea prognosticului

Etape:

1. explicarea metodei și problemei propuse – se explică în câteva cuvinte în ce constă această metodă, dar și a celor patru strategii după care se lucrează.
2. explicarea rolului pe care îl vor ocupa elevii – se explică ce vor avea concret de făcut.
3. organizarea clasei – clasa se împarte în patru grupe, după cele patru direcții, strategii de lucru.
4. activitatea pe baza textului – fiecare grupă de elevi conlucrează pentru a putea să își exercite cât mai bine rolul pe care îl au de realizat, urmărind în tocmai strategia de lucru a grupei.
5. învățarea prin cooperare – elevii discută în grup și cooperează între ei, pentru a realiza cât de bine pot ceea ce au de făcut.
6. comentarii, aprecieri – la sfârșitul activității se dă fiecărei grupe posibilitatea de a explica frontal colegilor de clasă ceea ce au aflat, concluziile fiind trase în ordinea firească a grupelor.

Avantajele metodei :

- ❖ Este o metodă în care elevii, în sfârșit, au posibilitatea să fie pentru puțin timp pentru colegii lor profesori, împărtășindu-le și lor din experiența lor, din concluziile trase din bucățile lor de text.
- ❖ Ajută elevii să se învețe de a lucra pe un text, obișnuindu-i totodată și cu munca independentă.
- ❖ Dezvoltă modul de a gândi, de a sintetiza, de a se exprima clar, precis, dar și de a asculta ceilalți membri ai grupului.
- ❖ Se dorește stimularea capacității elevilor de concentrare atunci când citesc un text literar sau științific.
- ❖ Se stimulează puterea elevilor de a scoate dintr-un text dat ceea ce este esențial.

Folosirea METODEI PREDĂRII / ÎNVĂȚĂRII RECIPROCE - clasa a VI – a, la predarea lecției „Proprietățile triunghiurilor. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi. Proprietatea unghiului exterior.”

La început, elevii sunt anunțați că vor lucra pe echipe. Fiecare extrage dintr-un bol un bilețel pe care este scrisă una din literele R, Î, C, P. Cei care au extras aceeași literă vor forma un grup. Profesorul explică elevilor ce simbolizează literele: R (rezumatorii), Î (întrebătorii), C (clarificatorii), P (prezicătorii).

Următorul pas pe care îl face profesorul este acela de a explica fiecărei grupe ce anume au de făcut:

1. Rezumatorii vor face o trecere în revistă a elementelor geometrice cu care vor lucra: definirea triunghiului și enumerarea elementelor sale, definirea unghiului exterior al triunghiului, rezumarea tuturor cunoștințelor despre aceste elemente.
2. Întrebătorii formulează întrebări pentru a găsi noi proprietăți: ce se întâmplă dacă vom construi o dreapta paralelă la o latură a triunghiului printr-un vârf al acestuia ? putem folosi criteriile de paralelism pentru a găsi unghiurile congruente care se formează ? Cum putem afla măsura unui unghi exterior al triunghiului?
3. Clarificatorii, pornind de la ideile colegilor, demonstrează și enunță proprietățile triunghiurilor.
4. Prezicătorii analizează beneficiile acestor proprietăți în triunghiul isoscel, în triunghiul echilateral, în triunghiul dreptunghic isoscel.

Timpul de lucru acordat elevilor pentru a reactualiza noțiunile cunoscute în interiorul grupului este de 10 minute după care fiecare grupă va interpreta rolul asumat în fața clasei. Pentru a merge ușor, având în vedere că este o lecție de geometrie, am apelat la o parte în care toți elevii vor ajuta grupa clarificatorilor în vederea demonstrării și enunțării corecte a proprietăților, această sarcină fiind cea mai importantă în vederea înțelegerii noilor cunoștințe. Evaluarea se face în funcție de participarea fiecărui elev la realizarea obiectivelor propuse pentru fiecare grupă.

La sfârșit, profesorul trage concluziile lecției, analizând munca în grup și evaluând munca fiecărei grupe în parte.

MATEMATICA DE GIMNAZIU DINCOLO DE MANUAL

Prof. ȚENȚU MAGDALENA ISABELA

Școala Gimnazială Nr.1 Valea Mare-Pravaț

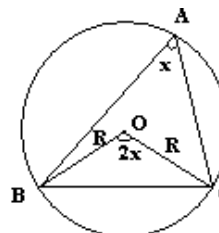
„Cunoașterea începe cu probleme și sfârșește (în măsura în care ea se sfârșește vreodată) cu probleme” K.R. Popper

Ultimii ani au adus multe schimbări în viața socială, ca urmare și în învățământul românesc. S-au modificat programele școlare, s-au introdus manualele alternative, s-au tipărit mii de feluri de culegeri, toate pentru a sprijini elevul în pregătirea sa școlară, pentru a-i ușura studiul individual și a-i crea toate facilitățile în obținerea de informații. Matematica este un obiect de studiu greu, dacă elevul dorește să știe cât mai mult și dorește să rezolve o varietate cât mai mare de probleme. Acest lucru este posibil însă dacă bagajul său de cunoștințe teoretice este cât mai larg, completat de muncă individuală asiduă, perseverență, dorința de a reuși și nu în ultimul rând de dragostea față de matematică – regina științelor exacte. Depinde însă și de abilitatea cu care profesorul de matematică știe să atragă și să antreneze elevii dotați în rezolvarea de probleme pentru a putea aborda din mai multe direcții o problemă și a-i găsi mai multe soluții.

Teorema lui Pitagora generalizată, teorema lui Stewart, teorema medianei, patrulateralele inscriptibile, teoremele lui Ptolemeu și Euler, dreapta lui Simpson, cercul lui Euler, teorema sinusurilor sunt câteva din noțiunile de geometrie plană ce nu trebuie să lipsească din cunoștințele elevilor de gimnaziu capabili și dornici de performanță. Aproape toate acestea apăreau cândva în manualul de geometrie de clasa a-VII-a, fie ca probleme rezolvate, fie ca probleme propuse spre rezolvare sau ca materie obligatorie în programa școlară.

Voi prezenta în continuare câteva probleme ce se pot rezolva cu sau fără patrulaterale inscriptibile, aplicații ale geometriei în trigonometrie și algebră.

Problema1. In $\triangle ABC$ unghiul A are măsura x ($x \neq 90^\circ$), iar lungimea laturii BC este a . Să se determine raza cercului circumscris triunghiului.



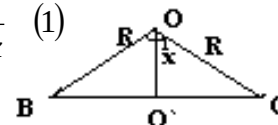
Fie O centrul cercului circumscris $\triangle ABC$ și R lungimea razei acestuia.

Considerăm cazul când $x < 90^\circ$. $\triangle BOC$ este isoscel, $OB = OC = R$,

iar $m(\angle BOC) = m(\widehat{BC}) = 2x$.

Soluția 1: Construim înălțimea OO' , $O' \in BC$. Avem $O'C = O'B = \frac{a}{2}$ și

$$m(\angle O'OC) = x. \text{ Din } \triangle O'OC \text{ dreptunghic obținem } OC = \frac{O'C}{\sin O_1} \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin x} \quad (1)$$



Soluția 2: Aplicăm teorema lui Pitagora generalizată în $\triangle BOC$ și obținem

$$BC^2 = OB^2 + OC^2 - 2OB \cdot OC \cdot \cos O \Leftrightarrow a^2 = 2R^2 - 2R^2 \cdot \cos 2x \Leftrightarrow R^2 = \frac{a^2}{2(1 - \cos 2x)} \Leftrightarrow$$

$$R = \frac{a}{\sqrt{2(1 - \cos 2x)}} \quad (2)$$

Soluția 3: În $\triangle BOC$ avem $m(\angle B) = m(\angle C) = \frac{180^\circ - x}{2} = 90^\circ - x$. Construim înălțimea BB' , $B' \in OC$

Din $\triangle BB'C$ dreptunghic în B' obținem $BB' = BC \cdot \sin C = a \cdot \sin(90^\circ - x) = a \cdot \cos x$, iar din $\triangle BOB'$ dreptunghic în B' rezulta $OB = \frac{BB'}{\sin B} = \frac{a \cdot \cos x}{\sin 2x} \Rightarrow R = \frac{a \cdot \cos x}{\sin 2x}$ (3)

Soluția 4: Observând ca în soluțiile anterioare expresiile găsite pentru R nu depind de lungimile laturilor AB și AC , se poate găsi o altă exprimare a lungimii lui R particularizând $\triangle ABC$, considerându-l isoscel cu $AB = AC$. Înălțimea din A intersectează BC în M și cercul circumscris în A' .

Avem $m(\angle BAA') = \frac{x}{2}$, $BM = \frac{a}{2}$, $AA' = 2R$. În $\triangle ABM$ dreptunghic în M

$$\Rightarrow AB = \frac{MB}{\sin A} = \frac{a}{2 \sin \frac{x}{2}}$$

$$\text{În } \triangle ABA' \text{ dreptunghic în } B \Rightarrow AA' = \frac{AB}{\cos A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{4 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2}} \quad (4)$$

Din relațiile (1), (2), (3) și (4) determinate anterior în cele patru soluții de rezolvare putem determina câteva identități trigonometrice și anume:

$$\text{- din relațiile (1) și (2)} \Rightarrow \frac{a}{2 \sin x} = \frac{a}{\sqrt{2(1 - \cos 2x)}} \Leftrightarrow \sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \quad (5)$$

$$\text{- din relațiile (1) și (3)} \Rightarrow \frac{a}{2 \sin x} = \frac{a \cos x}{\sin 2x} \Leftrightarrow \sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x \quad (6)$$

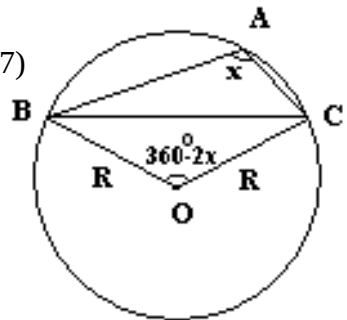
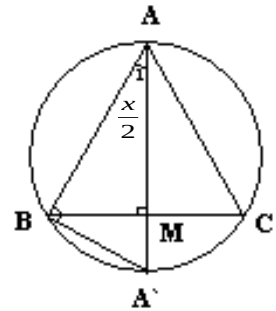
$$\text{- din relațiile (1) și (4)} \Rightarrow \frac{a}{2 \sin x} = \frac{a}{4 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}} \Leftrightarrow \sin x = 2 \sin \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2} \quad (7)$$

Egalitatea (7) se poate obține din cea anterioară, înlocuind x cu $\frac{x}{2}$.

Cazul $x > 90^\circ$ se tratează similar ținând cont de faptul că

$$m(\overline{BC}) = 2m(\angle BAC) = 2x \Rightarrow$$

$$m(\angle BOC) = 360^\circ - 2x \Rightarrow m(\angle O_1) \frac{m(\overline{BAC})}{2} = \frac{360^\circ - 2x}{2} = 180^\circ - x.$$



Obținem deci $R = \frac{a}{2 \sin(180^\circ - x)} \quad (8).$

De observat că pentru orice unghi cu măsura x cuprinsă între 0° și 180° , din relațiile (1) și (8) obținem $\sin x = \sin(180^\circ - x)$. Ca urmare relațiile (5), (6) și (7) sunt valabile $(\forall) x \in (0^\circ, 180^\circ)$.

Dacă într-un $\triangle ABC$ notăm $AB = c$, $BC = a$, $AC = b$, din relația (1) avem $R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{b}{2 \sin B} = \frac{c}{2 \sin C} \Leftrightarrow$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R, \text{ adică teorema sinusurilor.}$$

Problema 2. În interiorul unui unghi de 60° se consideră un punct M , ale cărui distanțe la laturile unghiului sunt respectiv 2 cm și 11 cm. Să se afle distanța de la punctul M la vârful unghiului.

Soluția 1: Fie P și Q proiecțiile punctului M pe laturile Ox respectiv

Oy ale unghiului xOy de 60° și $\{A\} = MQ \cap OX$. În $\triangle MPA$ dreptunghic avem $m(\angle A) = 30^\circ$, deci $AM = 2MP = 22$ cm. Rezultă că $AQ = 24$ cm

Din $\triangle AOQ$ dreptunghic în Q avem

$OQ = AQ \cdot \tan 30^\circ = 8\sqrt{3}$ cm, iar din teorema lui Pitagora aplicată în $\triangle OMQ$ rezultă $OM = 14$ cm.

Soluția 2: Fie P și Q proiecțiile punctului M pe laturile Ox respectiv Oy ale

unghiului xOy de 60° . Patrulaterul $MQOP$ este inscriptibil $\Rightarrow m(\angle M) = 120^\circ$.

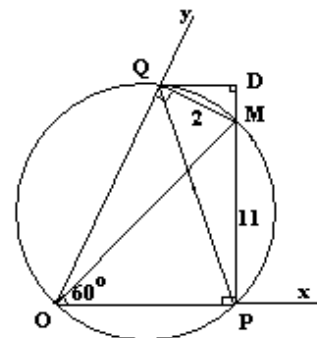
Cercul circumscris are diametrul OM . Fie D proiecția punctului Q pe

dreapta MP . Aplicăm teorema lui Pitagora generalizată în $\triangle PMQ$ și

obținem $QP^2 = QM^2 + MP^2 + 2PM \cdot MD$, unde $MD = QM \cdot \cos 60^\circ = 1$ cm

De unde $QP = 7\sqrt{3}$ cm. În $\triangle POQ$, conform relației (1)

$$\Rightarrow R = \frac{QP}{2 \sin 60^\circ} = 7 \text{ cm.}$$



Problema 3. În $\triangle ABC$ cu $m(\angle A) = 60^\circ$, fie punctul M mijlocul laturii BC și B' , C' picioarele înălțimilor din B , respectiv C .

a) Să se arate că $\triangle MB'C'$ este echilateral;

b) Dacă $AC = b$, iar B este variabil, să se determine minimul lungimii laturii $\triangle MB'C'$.

Soluția 1: a) MB' mediană în $\triangle B'BC$ dreptunghic în $B' \Rightarrow MB' = \frac{BC}{2}$. Analog în $\triangle C'BC$

avem mediana $C'M = \frac{BC}{2}$, de unde $C'M = B'M \Rightarrow \triangle MB'C'$ isoscel.

În $\triangle MB'C'$ isoscel $m(\angle C) = m(\angle MB'C') \Rightarrow m(\angle M_1) = 180^\circ - 2m(\angle C)$

În $\triangle MB'C'$ isoscel avem $m(\angle M_2) = 180^\circ - 2m(\angle B)$

Se obține astfel $m(\angle M_3) = 180^\circ - (m(\angle M_1) + m(\angle M_2)) = 60^\circ$,

deci $\triangle MB'C'$ este echilateral.

b) Deoarece $MB' = \frac{BC}{2}$, lungimea laturii MB' este minimă atunci când lungimea laturii BC este minimă.

Cum $AC = b$ și $m(\angle A) = 60^\circ$ deci fixe, atunci și punctul C' va fi fixat deoarece $AC' = \frac{b}{2}$, iar punctul este mobil pe dreapta AC' . Lungimea lui BC este minimă când se confundă cu perpendiculara CC' . Minimul cerut $\frac{CC'}{2} = \frac{b\sqrt{3}}{4}$.

Soluția 2: a) Patrulaterul $BCB'C'$ este inscriptibil deoarece $m(\angle BB'C) = (\angle CC'B) = 90^\circ$,

cercul circumscris având diametrul BC și $MB' = MC' = \frac{BC}{2} = R$.

Conform teoremei referitoare la măsura unghiului cu vârful în exteriorul cercului,

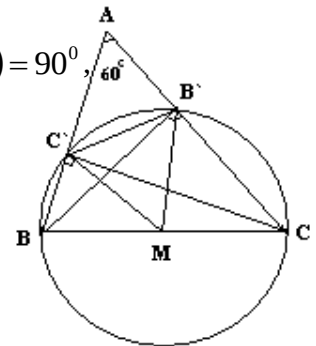
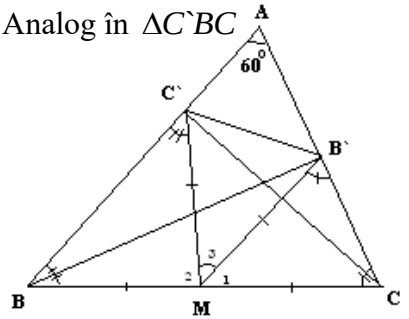
$$m(\angle A) = \frac{m(\overline{BC}) - m(\overline{B'C'})}{2} = \frac{180^\circ - m(\overline{B'C'})}{2} \Rightarrow m(\overline{B'C'}) = 180^\circ - 2 \cdot m(\angle A) = 60^\circ$$

Atunci $m(\angle B'MC') = 60^\circ$ și $\triangle MB'C'$ este echilateral.

Orice iubitor al matematicii nu trebuie să uite niciodată faptul că ramurile ei se întrepătrund permanent, având aceeași tulpină, un copac uriaș ale cărui rădăcini își trag seva din miraculoasa minte umană.

Bibliografie:

- Culegere de matematică– C. Coșniță, F. Turtoiu – Ed. Tehnică București 1971
- Revista elevilor din Timișoara – 1982, 1984



PROBLEME PROPUSE ÎN NUMĂRUL ANTERIOR ȘI REZOLVATE AICI !

CLASA A V-A

1. Determinați cifrele a, b, c astfel încât: $\overline{abc2} + 3 \cdot \overline{abc} = \overline{4abc} + 1234$.

Soluție :

$$\overline{abc2} = \overline{abc0} + 2 = 10 \cdot \overline{abc} + 2 \text{ și } \overline{4abc} = 4000 + \overline{abc}$$

Relația din ipoteză se scrie echivalent cu

$$10 \cdot \overline{abc} + 3 \cdot \overline{abc} - \overline{abc} = 4000 + 1234 - 2 \Leftrightarrow \overline{abc} = 436 .$$

Elev, OPREI Cosmin

Clasa a V-a B

Prof. coordonator PAVEL Simona

2. Dacă numărul natural $A = x^{2008} \cdot 3^{48} + y^{2008} \cdot 2^{25}$ este divizibil cu 5, atunci numerele naturale x și y sunt divizibile cu 5.

Soluție :

Notăm cu $U(n)$ ultima cifră a numărului natural n .

Avem $U(x^{2008}), U(y^{2008}) \in \{0;1;5;6\}$. Apoi $U(3^{48}) = 1$ și $U(2^{25}) = 2$.

Atunci $U(x^{2008} \cdot 3^{48}) \in \{0;1;5;6\}$ și $U(y^{2008} \cdot 2^{25}) \in \{0;2\}$

Din cele de mai sus și din faptul că A este divizibil cu 5, deducem că $x^{2008} \cdot 3^{48}$ și $y^{2008} \cdot 2^{25}$ sunt divizibile cu 5, deci x^{2008} și y^{2008} sunt divizibile cu 5 de unde rezultă că x și y sunt divizibile cu 5 .

Elev, UNGUREANU Teodora

Clasa a V-a B

Prof. coordonator PAVEL Simona

3. Suma dintre cel mai mare și cel mai mic număr natural, care se pot forma cu patru cifre nenule date este 11220. Să se afle suma celor patru cifre.

Soluție :

Fie a, b, c, d cifrele nenule date astfel încât $a \geq b \geq c \geq d > 0$.

Atunci $\overline{abcd} + \overline{dcba} = 11220$.

Deducem că $1001(a + d) + 110(b + c) = 11220$, de unde rezultă că suma $a + d$ este divizibilă cu 10. Cum a și b sunt cifre nenule, în mod necesar $a + d = 10$.

Obținem imediat că $b + c = 11$ și în final $a + b + c + d = 21$.

Elev, BANU Ionuț

Clasa a V-a A

Prof. coordonator PAVEL Simona

4. Se consideră n numere naturale consecutive. Suma resturilor celor n numere la 7 este 156. Aflați toate valorile posibile ale lui n .

Soluție :

Fie n numere naturale consecutive: $1, 2, 3, \dots, n$

Știm că 7 numere naturale consecutive împărțite la 7 dau $r \in \{0, 1, 2, \dots, 6\}$ și $S_r = 21$

$156 = 21 \cdot 7 + 9 \Rightarrow$ avem 7 grupe complete de 7 numere consecutive cu suma resturilor 21 și grupa 8 incompletă are suma resturilor 9

După ordinea resturilor avem următoarele cazuri posibile:

I $4, 5, 6, 0, 1, 2, 3 \Rightarrow$ grupa incompletă cu resturile $2, 4, 5 \Rightarrow n = 7 \cdot 7 + 2 = 51$

II $2, 3, 4, 5, 6, 0, 1 \Rightarrow$ grupa incompletă cu resturile $4, 5 \Rightarrow n = 7 \cdot 7 + 3 = 52$

III $6, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow$ grupa incompletă cu resturile $6, 0, 1, 2, 3, 4, 5 \Rightarrow n = 7 \cdot 7 + 4 = 53$

Elev, FLOREA Alexandra
Clasa a V-a A
Prof. coordonator PAVEL Simona

CLASA a VI-a

1. Determinați numerele naturale prime a, b, c astfel încât $a + 6b + 2c = 46$.

Soluție :

Cum $6b, 2c$ și 46 sunt pare, vom avea a par și prim $\Rightarrow a = 2$

Înlocuind în egalitate se obține:

$$2 + 6b + 2c = 46 \quad :2$$

$$1 + 3b + c = 23 \quad -1$$

$$3b + c = 22 \Rightarrow 3b \text{ și } c \text{ au aceeași paritate}$$

$$\text{Dacă } b = 2 \text{ obținem } 6 + c = 22 \Rightarrow c = 16 \text{ (nu convine deoarece 16 nu este număr prim)}$$

$$\text{Dacă } b = 3 \text{ obținem } 9 + c = 22 \Rightarrow c = 13$$

$$\text{Dacă } b = 5 \text{ obținem } 15 + c = 22 \Rightarrow c = 7$$

$$\text{Dacă } b = 7 \text{ obținem } 21 + c = 22 \Rightarrow c = 1 \text{ (nu convine, 1 nu este număr prim)}$$

$$\text{Deci } (a, b, c) \in \{(2, 3, 13), (2, 5, 7)\}$$

Elev, VLAD Denis
Clasa a VI-a A
Prof. coordonator FĂTU Luminița

2. Să se arate că dacă A, B, C, D, E sunt puncte situate pe o dreaptă, în această ordine, atunci:

- a) $AD + BE = AC + BD + CE$;
 b) $AD \cdot BE = AC \cdot BD + BD \cdot CE + AB \cdot DE$.

Soluție :

A	B	C	D	E
	x	y	z	t

Notam $AB = x$, $BC = y$, $CD = z$, $DE = t$

a) Calculăm

$$AD + BE = (AB + BC + CD) + (BC + CD + DE) =$$

$$= (x + y + z) + (y + z + t) = x + 2y + 2z + t \quad (*)$$

$$AC + BD + CE = (AB + BC) + (BC + CD) + (CD + DE) =$$

$$= x + y + y + z + z + t = x + 2y + 2z + t \quad (**)$$

Se observă că $(*) = (**)$

b) $AD \cdot BE = (AB + BC + CD) \cdot (BC + CD + DE) =$

$$= (x + y + z)(y + z + t) = x(y + z + t) + y(y + z + t) + z(y + z + t) =$$

$$= xy + xz + xt + y^2 + yz + yt + yz + z^2 + zt =$$

$$= y^2 + z^2 + 2yz + xy + xz + xt + yt + zt \quad (1)$$

$$AC \cdot BD + BD \cdot CE + AB \cdot DE =$$

$$= (AB + BC)(BC + CD) + (BC + CD)(CD + DE) + AB \cdot DE =$$

$$= (x + y)(y + z) + (y + z)(z + t) + xt =$$

$$= xy + xz + y^2 + yz + yz + yt + z^2 + zt + xt =$$

$$= y^2 + z^2 + 2yz + xy + xz + xt + yt + zt \quad (2)$$

Din relațiile (1) și (2) $\Rightarrow$

$$\Rightarrow AD \cdot BE = AC \cdot BD + BD \cdot CE + AB \cdot DE.$$

Elev, MĂRUNTU Ștefania

Clasa a VI-a A

Prof. coordonator FĂTU Luminița

3. Se dau numerele $\overline{45x}$ și 18. Determinați x astfel încât numerele date să fie prime între ele.

Soluție :

Dacă $\overline{45x}$ și 18 sunt prime între ele $\Rightarrow (\overline{45x}, 18) = 1 \Rightarrow \overline{45x}$ nu trebuie să aibă divizori numerele 2, 3, 6, 9, 18.

$$\overline{45x} \text{ nu este divizibil cu } 2 \Rightarrow x \notin \{0, 2, 4, 6, 8\} \Rightarrow x \in \{1, 3, 5, 7, 9\} \quad (1)$$

$$\overline{45x} \text{ nu este divizibil cu } 3 \Rightarrow (4 + 5 + x) \text{ nu este divizibil cu } 3 \Rightarrow (9 + x) \text{ nu este divizibil cu } 3 \Rightarrow x \notin \{0, 3, 6, 9\} \quad (2)$$

$$\text{Dacă } \overline{45x} \text{ nu este divizibil cu } 3 \Rightarrow \overline{45x} \text{ nu este divizibil cu } 9$$

$$\text{Dacă } \overline{45x} \text{ nu este divizibil cu } 2 \text{ și cu } 3 \Rightarrow \overline{45x} \text{ nu este divizibil cu } 6$$

$$\text{Dacă } \overline{45x} \text{ nu este divizibil cu } 2 \text{ și } 9 \Rightarrow \overline{45x} \text{ nu este divizibil cu } 18$$

$$\text{Din (1) și (2)} \Rightarrow x \in \{1, 5, 7\} \Rightarrow x \in \{451; 455; 457\}$$

4. Fie $[AB]$ un segment de lungime a și punctele C și D astfel încât $AC \perp AB, BD \perp AB, AC = x, BD = y, x + y = a$. Mediatoarea segmentului $[CD]$ intersectează (AB) în punctul M . Să se arate că $AM = y$ și $BM = x$.

Soluție :

Considerând cele două cazuri (C și D de aceeași parte a lui AB , C și D de o parte și de alta a lui AB) în ambele situații alegem punctul $P \in (AB)$ astfel încât $AP = y$. Va rezulta $BP = x$ și triunghiurile dreptunghice APC și BDP congruente (C.C.), deci $[PC] \equiv [PD]$, deci P se află pe mediatoarea lui $[CD]$ și pe (AB) , rezultă $P = M$ deci $AM = y$ și $BM = x$.

Alegerea lui P justifică formularea din ipoteză, că mediatoarea lui $[CD]$ intersectează AB într-un punct de pe (AB) .

CLASA a VII-A

1. Dacă a, b, c sunt lungimile laturilor unui triunghi, arătați că:

- a) $(a^2 + c^2 - b^2)^2 - 4 \cdot a^2 \cdot c^2 < 0$;
b) Pot fi $\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$ lungimile laturilor unui triunghi? Arătați că $(a+b-c)^2 - 4ab < 0$.

Soluție :

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & (a^2 + c^2 - b^2)^2 - 4 \cdot a^2 \cdot c^2 = (a^2 + c^2 - b^2)^2 - (2ac)^2 = (a^2 + c^2 - b^2 + 2ac)(a^2 + c^2 - b^2 - 2ac) = \\ & = (a^2 + c^2 + 2ac - b^2)(a^2 + c^2 - 2ac - b^2) = [(a+c)^2 - b^2][(a-c)^2 - b^2] = \\ & = (a+c+b)(a+c-b)(a-c+b)(a-c-b) \quad (1) \end{aligned}$$

Notăm cu $2p = a+b+c$ (p -semiperimetrul triunghiului) $\Rightarrow a+c=2p-b, a+b=2p-c, -(b+c)=-2p+a$

$$\begin{aligned} \text{Înlocuind în (1) obținem:} & 2p(2p-b-b) \cdot (2p-2c)(a-2p+a) = 2p(2p-2b)(2p-2c)(2a-2p) = \\ & = 16p(p-b)(p-c)(a-p) \end{aligned}$$

Din inegalitățile triunghiulare rezultă:

$$a < b+c \Rightarrow 2a < a+b+c \Rightarrow 2a < 2p \Rightarrow a < p$$

Procedând asemănător, avem $b < p, c < p$

Dacă

$$\left. \begin{array}{l} a < p/ - p \ a - p < 0 \\ b < p/ - b \ p - b > 0 \\ c < p/ - c \ p - c > 0 \end{array} \right| \Rightarrow 16p(p-b)(p-c)(a-p) < 0$$

$$p > 0$$

b) Arătăm că $\sqrt{a} < \sqrt{b} + \sqrt{c}$ / ridicăm la pătrat

$$a < b + c + 2\sqrt{bc} \Leftrightarrow a - b - c < 2\sqrt{bc} \Leftrightarrow 2(a-p) < 2\sqrt{bc} \text{ (adevărat, deoarece } 2(a-p) < 0 \text{ iar } 2\sqrt{bc} > 0, \text{ oricare ar fi } a, b, c).$$

Dacă $x = \sqrt{a}$, $y = \sqrt{b}$, $z = \sqrt{c}$ sunt laturile unui triunghi, atunci se verifică a), înlocuind obținem:

$$(x^2 + y^2 - z^2)^2 - 4x^2y^2 < 0 \Leftrightarrow (a+b-c)^2 - 4ab < 0.$$

Elev, AMZICĂ Ioana

Clasa a VII-a A

Prof. coordonator PAVEL Simona

2. Să se rezolve ecuația: $3 \cdot [x] - 1 = 4x$, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului x .

Soluție :

$$3 \cdot [x] - 1 = 4x + 1 \Rightarrow 3 \cdot [x] = 4x + 1/3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow [x] = \frac{4x+1}{3} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow 4x+1 \in M_3 \Rightarrow x = \frac{3k-1}{4}, k \in \mathbb{Z} \\ [x] \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$$

$[x] \leq x < [x] + 1$, înlocuind obținem:

$$\frac{4x+1}{3} \leq x < \frac{4x+1}{3} + 1/3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x+1 \leq 3x < 4x+1+3/4 \Rightarrow 1 \leq -x < 4/4 \Rightarrow -1 \geq x > -4 \Rightarrow -4 < x \leq -1$$

$$x = \frac{3k-1}{4} \left| \begin{array}{l} \Rightarrow x \in \{-1; -\frac{7}{4}; -\frac{5}{2}; -\frac{13}{4}\} \\ -4 < x \leq -1 \end{array} \right.$$

Verificăm valorile obținute:

$$\text{Pentru } x = -1 \text{ avem } 3[-1] - 1 = 3(-1) - 1 = -4 = 4(-1)$$

$$\text{Pentru } x = -\frac{7}{4} \text{ avem } 3[-\frac{7}{4}] - 1 = 3(-2) - 1 = -7 = 4(-\frac{7}{4})$$

$$\text{Pentru } x = -\frac{5}{2} \text{ avem } 3[-\frac{5}{2}] - 1 = 3(-3) - 1 = -10 = 4(-\frac{5}{2})$$

$$\text{Pentru } x = -\frac{13}{4} \text{ avem } 3[-\frac{13}{4}] - 1 = 3(-4) - 1 = -13 = 4(-\frac{13}{4}).$$

Elev, NEAGOE Mihnea

Clasa a VII-a A

Prof. coordonator PAVEL Simona

3. a) Aflați valorile lui n număr natural nenul, pentru care $\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n + 3} \in R / Q$.

b) Dacă $S = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{4}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{\sqrt{30}} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{\sqrt{42}} + \dots + \frac{\sqrt{2018} - \sqrt{2017}}{\sqrt{2017 \cdot 2018}}$, arătați că

$2018 \cdot S + \sqrt{2018}$ este număr rațional.

Soluție :

a) pentru $n \geq 5, U(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n) = 0$ iar $U(1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n + 3) = 3$, deci numărul de sub radical nu este pătrat perfect deci $\sqrt{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n + 3} \in R / Q$, pentru orice număr natural $n \geq 5$

b) Se obține $S = \frac{1009 - \sqrt{2018}}{2018}$, $2018 \cdot S + \sqrt{2018} = 1009$, $1009 \in Q$, deci $2018 \cdot S + \sqrt{2018} \in Q$.

Elev, ILINCA Alexia

Clasa a VII-a A

Prof. coordonator PAVEL Simona

4. Un triunghi ABC are $m(\angle A) = 120^\circ$, $AB = 3a$ cm, $AC = 4a$ cm, $a \in N^*$, iar [AD este bisectoarea unghiului A, $D \in (BC)$. Arătați că lungimea segmentului [AD] este număr natural, dacă a este multiplu de 7.

Soluție :

Se construiesc $DE \parallel AC$, $E \in (AB)$ și $DF \parallel AB$, $F \in (AC)$, patrulaterul AEDF este romb

$$\triangle BDE \approx \triangle BCA (t.f.a.) \Rightarrow \frac{DE}{AC} = \frac{BE}{AB}$$

$DE = AE = AD$ (triunghiul AED isoscel cu un unghi de 60°)

$$\frac{AD}{AC} = \frac{AB - AD}{AB}, \text{ de unde } AD = \frac{12a}{7}$$

$$\frac{12a}{7} \in N \Leftrightarrow 7 \mid 12a, (7, 12) = 1 \Rightarrow 7 \mid a \Rightarrow a \in M_7$$

Elev, BOLBOSE Alexia

Clasa a VII-a A

Prof. coordonator PAVEL Simona

CLASA A VIII-A

1. Demonstrați că $(x+2)(2y+3)(3z+4) \geq 96\sqrt{xyz}$, oricare ar fi numerele reale $x > 0$, $y > 0$ și $z > 0$.

Soluție :

Aplicăm inegalitatea mediilor și obținem:

$$\frac{x+2}{2} \geq \sqrt{2x} \Leftrightarrow x+2 \geq 2\sqrt{2x}, x > 0$$

Analog: $2y+3 \geq 2\sqrt{6y}$, $y > 0$, $3z+4 \geq 2\sqrt{12z}$, $z > 0$.

Înmulțind relațiile membru cu membru obținem relația cerută.

Elev, RĂUCEA Leonard

Clasa a VIII-a B

Prof. coordonator PAVEL Simona

2. Arătați că dacă $x \in [-3, 6]$, atunci $\sqrt{x+12+6\sqrt{x+3}} + \sqrt{x+12-6\sqrt{x+3}} = 6$

Soluție :

Din $x \in [-3, 6]$, avem $-3 \leq x \leq 6 \Rightarrow 0 \leq x+3 \leq 9$

$$\sqrt{x+12+6\sqrt{x+3}} + \sqrt{x+12-6\sqrt{x+3}} = 6 \text{ pentru că}$$

$$|\sqrt{x+3}+3| + |\sqrt{x+3}-3| = \sqrt{x+3}+3+3-\sqrt{x+3} = 6$$

Elev, DINȚĂ Alexia

Clasa a VIII-a B

Prof. coordonator PAVEL Simona

3. În dreptunghiul ABCD, $AB=a$, $BC=b$ ($a < b$). Perpendiculara dusă din punctul B pe diagonala (AC) intersectează latura (AD) în punctul P. În punctul P se ridică o perpendiculară pe planul (ABC) pe care se ia un punct M astfel încât $PM=a\sqrt{3}$.
- a) Să se demonstreze că $MA^2 - MC^2 = a^2 - b^2$.
- b) Să se determine distanța de la punctul P la planul (BMC).

Soluție :

- a) Notăm $AC \cap PB = \{E\}$

Se aplică pe rând teorema lui Pitagora în triunghiurile MPA, MPC, PAE, PCE, AEB, CEB.

$$MP^2 + PA^2 = MA^2$$

$$MP^2 + PC^2 = MC^2$$

$$AE^2 + PE^2 = AP^2$$

$$PE^2 + EC^2 = PC^2$$

$$AE^2 + EB^2 = AB^2$$

$$EC^2 + EB^2 = BC^2, \text{ de unde prin înlocuire avem } MA^2 - MC^2 = a^2 - b^2.$$

- b) Dacă $PQ \perp BC$, $Q \in BC$ și $PT \perp MQ$, $T \in MQ$ avem $MQ \perp BC$

$$(t_3 \perp \text{ și } tr_3 \perp) \Rightarrow d(P, (MBC)) = PT = \frac{PM \cdot PQ}{MQ} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{2a} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Elev, RUCSANDA Daria
Clasa a VIII-a A
Prof. coordonator PAVEL Simona

4. În cubul ABCDA'B'C'D' de muchie a, se iau punctele M și N, mijloacele muchiilor [BC] și respectiv [CC']. Calculați măsura unghiului dintre dreptele MN și B'D și distanța de la centrul cubului și planul (ABN).

Soluție :

În pătratul BCC'B' avem $BC' \cap B'C = \{P\}$ și $C'P \perp B'C$. În $\triangle BCC'$ avem [MN] linie mijlocie și deci $MN \parallel C'P$. $\Rightarrow MN \perp B'C$.

$$\left. \begin{array}{l} CD \perp (BCC'B') \\ MN \subset (BCC'B') \end{array} \right\} \Rightarrow CD \perp MN. \quad \text{Prin urmare: } \left. \begin{array}{l} MN \perp B'C \\ MN \perp CD \\ B'C \cap CD = \{C\} \\ B'C; CD \subset (B'CD) \end{array} \right\} \Rightarrow MN \perp (B'CD)$$

$$\left. \begin{array}{l} MN \perp (B'CD) \\ B'D \subset (B'CD) \end{array} \right\} \Rightarrow MN \perp B'D \Rightarrow m(\angle MN; B'D) = 90^\circ$$

Fie O centrul cubului dat. În $\triangle ABC'$ avem [OP] linie mijlocie și deci:

$$\left. \begin{array}{l} OP \parallel AB \\ AB \subset (ABN) \end{array} \right\} \Rightarrow OP \parallel (ABN)$$

Fie $Q \in BN$ a.i. $PQ \perp BN$. Avem $\left. \begin{array}{l} AB \perp (BCC'B') \\ PQ \subset (BCC'B') \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp PQ$.

$$\left. \begin{array}{l} PQ \perp BN \\ PQ \perp AB \\ BN \cap AB = \{B\} \\ BN; AB \subset (ABN) \end{array} \right\} \Rightarrow PQ \perp (ABN).$$

$$d(O; (ABN)) = d(P; (ABN)) = PQ$$

Din calcul rezulta: $BN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$ și $A_{\triangle BNP} = \frac{1}{2} \cdot PN \cdot d(B; PN) = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^2}{8}$

$$PQ = \frac{2 \cdot A_{\triangle BNP}}{BN} = \frac{a\sqrt{5}}{10}$$

Elev, RĂCĂȘANU Natalia
Clasa a VIII-a A
Prof. coordonator PAVEL Simona

PROBLEME PREGĂTITOARE PENTRU CONCURSURI ȘI OLIMPIADE GIMNAZIU

CLASA A V-A

- Se consideră șirul de numere naturale 6, 13, 20, 27, 34, ...
 - Verificați dacă numărul 2021 este termen al șirului.
 - Aflați al 2021-lea termen al șirului.
 - Calculați suma primilor 2021 termeni ai șirului.
- Calculați ultimele două cifre ale câtului împărțirii numărului $N = 7^{4n+1} + 6 \cdot 7^{4n} + 67$ la 13
- Ce vârstă va avea în 2021 o persoană, știind că numărul format din ultimele două cifre ale anului nașterii sale este de trei ori mai mare decât numărul format din primele două cifre ale acestui an?
- Efectuați: $\left[(2^7)^8 + 25^{25} - 7^{36} : 7^{20}\right] : \left[2^{8^2} : 16^2 + 5^{51} : 5 - (7^3)^5 \cdot 7\right]$
 - Arătați că numărul $A = 2^{0^{1^5}} + 2^{0^{5^1}} + 2^{1^{0^5}} + 2^{1^{5^0}} + 2^{5^{0^1}}$ este cub perfect.

CLASA A VI-A

- Să se determine numerele naturale nenule a și b cu proprietățile: $a+b=2014$ și $[a,b]=(a,b) \cdot 682$, unde $[a,b]$ este cel mai mic multiplu comun al numerelor a și b, iar (a,b) este cel mai mare divizor comun al numerelor a și b.
- Numerele naturale a,b,m verifică relația $2a + 6b - 5m = 0$. Arătați că $a^2 + b^2$ se divide cu 5.
- Fie A și B două puncte în plan astfel încât $AB=1m$, M_1 este mijlocul segmentului $[AB]$, M_2 este mijlocul segmentului $[AM_1]$, M_3 este mijlocul segmentului $[AM_2]$ și așa mai departe, M_n este mijlocul segmentului $[AM_{n-1}]$ pentru orice număr natural nenul n.
 - Calculați lungimea segmentului $[M_5M_4]$.
 - Determinați numărul n cel mai mic pentru care lungimea segmentului $[AM_n]$ să fie mai mică de 1mm.
- Se dau punctele coliniare A, O, B, în această ordine, și punctele C și D de o parte și alta a dreptei AB, astfel încât $m(\widehat{COD}) = 90^\circ$ și $m(\widehat{AOC}) = 4m(\widehat{AOD})$. Dacă $[OM]$ este bisectoarea unghiului $\widehat{BOC}$ și $[ON]$ este bisectoarea unghiului $\widehat{BOD}$, se cere:
 - Determinați măsura unghiului $\widehat{DOM}$;
 - Determinați măsura unghiului $\widehat{MON}$.

CLASA A VII-A

- Se consideră numerele reale:
$$x = \sqrt{2} + \sqrt{2^2} + \sqrt{2^3} + \dots + \sqrt{2^{2014}} \quad \text{și}$$
$$y = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{2014}$$
 - Să se arate că $x = (2 + \sqrt{2})(2^{1007} - 1)$

- b) Să se arate că numărul $n = 2 \left(\frac{y}{x} \cdot \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}} - 1 \right)$ este pătrat perfect.
2. Demonstrați că nu există $x, y, z \in \mathbb{Z}$ astfel încât $xy(x-y) + yz(y-z) + zx(z-x) = -1$.
3. În triunghiul ABC, D este mijlocul segmentului (AC) iar (CE este bisectoarea interioară a unghiului S BCA, $E \in (AB)$. Dacă $BD \cap CE = \{P\}$, să se arate că
- $$\frac{PC}{PE} - 2 \cdot \frac{PD}{PB} = 1.$$
4. Se consideră pătratul ABCD în care punctele G și H sunt mijloacele laturilor DC și respectiv BC. Dreptele AG și AH intersectează diagonala BD în punctele E respectiv F.
- a) Arătați că patrulaterul EFHG este trapez isoscel.
- b) Determinați raportul dintre aria trapezului EFHG și aria pătratului ABCD.

CLASA A VIII-A

1. a) Se consideră numărul $A = n^2 - n - 12$, $n \in \mathbb{N}$. Să se arate că, dacă A este divizibil cu 7, atunci A este divizibil cu 98.
- b) Să se arate că numărul $B = n^2 + 10n - 3$ nu este divizibil cu 196, pentru orice valoare naturală a numărului n.
2. a) Stabiliți dacă $\frac{1}{\sqrt{2014}} < \frac{2}{\sqrt{2014} + \sqrt{2013}} < \frac{1}{\sqrt{2013}}$.
- b) Arătați că $\frac{1}{\sqrt{n+1}} < 2\sqrt{n+1} - 2\sqrt{n} < \frac{1}{\sqrt{n}}$, pentru orice valoare naturală nenulă a numărului n.
- c) Demonstrați că $\frac{1}{\sqrt{100}} + \frac{1}{\sqrt{101}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{120}} > \frac{1}{\sqrt{145}} + \frac{1}{\sqrt{146}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{169}}$.
3. Se consideră cubul ABCDA'B'C'D'. Punctele P, Q și R sunt proiecțiile punctului A pe dreptele A'D, A'B și respectiv A'C.
- a) Să se arate că dreapta A'C este perpendiculară pe planul (PQR);
- b) Să se calculeze aria triunghiului PQR, pentru $AB = a$ cm, $a > 0$.
4. Fie A, B, C și D patru puncte necoplanare așa încât $AB = 6$ cm, $AC = AD = 6\sqrt{2}$ cm și $m\angle(DAB) = m\angle(BAC) = m\angle(CAD) = 90^\circ$.
- a) Să se calculeze aria triunghiului BCD;
- b) Să se afle lungimea segmentului AE, unde E este proiecția punctului A pe planul (BCD).

Probleme selectate și propuse de profesor, Simona PAVEL
Șc. Gimn. Oprea Iorgulescu” Câmpulung, jud. Argeș

CUM A APĂRUT MATEMATICA?

De-a lungul timpului, omenii s-au străduit să descopere regulile și modelele lumii materiale, să determine calitățile obiectelor, relațiile complexe dintre ei și ceea ce îi inconjoară. Pe parcursul a mii de ani, societăți din întreaga lume s-au chinuit să ajungă la o singură știință deasupra tuturor celorlalte care să conțină cunoștințele necesare pentru a explica lumea în care trăiesc. Această știință este MATEMATICA. Matematicienii sunt cei ce caută reguli și algoritmi în spatele unui haos aparent și al unei complexități infinite. În această căutare, ei folosesc descoperirile premergătorilor lor de pe întregul mapamond pentru a rescrie limba în care a fost scris universul. Acest articol intenționează să vă fie ghid virtual într-o călătorie în timp și spațiu urmărind evoluția matematicii și amprentele sale asupra celorlalte științe sofisticate pe care le cunoaștem astăzi

Lumea este alcătuită din șabloane și secvențe: ziua devine noapte, peisajele sunt în continuă schimbare. Unul dintre motivele pentru care a apărut matematica a fost nevoia de a înțelege și explica șabloanele după care se conduce natura. Unele dintre cele mai banale concepte matematice sunt înfiripate adânc în creierul uman, fiind totodată observate și la alte specii de animale. Pentru acestea din urmă, aprecierea distanței la care se află hrana sau prădătorul este un factor ce face diferența între viață și moarte. Cel care a pus împreună aceste simple concepte, le-a legat între ele, a început să numere, și astfel a dat naștere întregului univers matematic este omul. Unele dintre cele mai vechi religii ale matematicii pe care o cunoaștem în ziua de astăzi au fost descoperite de-a lungul Nilului. Acolo condițiile erau prielnice agriculturii, așa că egiptenii au abandonat viața nomadă și s-au stabilit în acea regiune în jurul anului 6000 î.Ch..

În perioada Egiptului Antic, era o strânsă legătură între birocrație și evoluția matematicii. Pentru egipteni, cel mai important eveniment al anului era revărsarea Nilului, folosită de asemenea ca referință a începutului unui nou an. Pentru a pune în aplicare un asemenea calendar, egiptenii a trebuit să numere zilele dintre două inundații consecutive și cele dintre două faze ale lunii. Înregistrarea principalelor caracteristici ale anotimpurilor era esențială nu numai pentru administrarea terenurilor, ci și pentru practicile religioase. Egiptenii antici care s-au stabilit în apropierea Nilului credeau că inundațiile se datorau Zeului Râului. În schimbul apei dădătoare de viață, aceștia ofereau o parte din trestie ca jertfă. Cum așezămintele au crescut în dimensiuni, a fost nevoie de modalități pentru a le administra: suprafețele de pământ a trebuit să fie măsurate; taxele calculate și colectate. Astfel, oamenii au început să numere și să măsoare. Aceștia au folosit propriile trupuri pentru a măsura lumea. Astfel au evoluat unitățile de măsură.

Sistemul de numerație folosit era cel decimal, motivat de numărul degetelor mâinilor. Cu toate acestea, era strecurată o carență majoră în rândul acestui sistem: un pai putea reprezenta doar o unitate, nu o sută sau o mie; cu toate că era posibil să se scrie “un milion” cu doar un caracter, în locul celor șapte pe care noi le folosim, pentru a scrie 999999 era nevoie de 54 de caractere. În ciuda acestui dezavantaj al sistemului de numerație folosit, egiptenii erau brilanți rezolvitori de probleme matematice. Înregistrate pe foi de papirus, unele descoperiri matematice ale egiptenilor au dăinuit până în ziua de astăzi. Papirusul Matematic al lui Rhind a fost descoperit în Templul Luxor și scoate la iveală principalele preocupări matematice ale egiptenilor.

Spre deosebire de relicvele sumare lăsate de matematica egipteană, cunoștințele despre matematica babiloniană provin din cele aproximativ 400 de tăblițe din argilă, descoperite de arheologi începând cu secolul al XIX-lea. Scrise în cuneiforme, acestea au fost inscripționate în timp ce argila era încă moale și arse apoi în cuptoare sau la soare. Ele includeau tabele de înmulțire și metode de rezolvare a ecuațiilor liniare și pătratice. Tăblița babiloniană YBC 7289 dă o aproximare a lui $\sqrt{2}$ cu 5 cifre zecimale. Primele dovezi ale numerelor babiloniene datează de la jumătatea mileniului III î.Hr.

Matematicienii babilonieni foloseau sistemul numeric cu baza 60 (sexazecimal). Astfel, în zilele noastre, un minut e împărțit în 60 de secunde, o oră în 60 de minute și un cerc are 360 de grade, iar secunde și minutele unui grad indică fracțiile acelui grad. Progresele babilonienilor în matematică au fost amplificate de faptul că numărul 60 are mulți divizori.

Începând cu perioada secolului al VI-lea î.Hr. și până la închiderea Academiei din Atena în 529 D.C., matematicienii greci locuiau în orașe situate de-a lungul părții estice a Mediteranei, de la Peninsula Italică, până la Africa de Nord. Aceștia erau uniți prin cultură și limbaj. Geometria în Grecia Antică a fost introdusă de Thales din Milet (n. circa. 624 î.Hr. – d. circa. 546 î.Hr.). Acesta a creat teoreme ce sunt considerate și astăzi ca fiind pietrele de temelie ale matematicii. Cele mai cunoscute descoperiri ale sale fiind:

- un cerc este împărțit în două părți egale de diametru;
- unghiurile bazei unui triunghi isoscel sunt egale;
- unghiurile opuse la vârf sunt egale;
- un triunghi este determinat dacă sunt date o latură și unghiurile adiacente ei;
- unghiul înscris într-un semicerc este unghi drept.

Tărâm fertil pentru nașterea marilor matematicieni ai antichității, Grecia a fost punctul de plecare și pentru Pitagora (n. circa. 580 î.Hr. - d. circa. 495 î.Hr.). Originar din insula Samos, a emigrat la Crotone, în Italia de sud, unde a întemeiat școala ce-i poartă numele, cea dintai școală italică a Greciei antice. Această școală susține teoria numerelor și a armoniei ca fiind baza oricărei realități. Până la momentul de față nicio scriere a marelui filosof și matematician grec, Pitagora, nu a fost descoperită. Tradiția îi atribuie descoperirea teoremei geometrice și a tablei înmulțirii, care îi poartă numele. Doctrina filosofică a pitagoricismului este totuși pusă în evidență în lucrările lui Aristotel și Sextus Empiricus, precum și în cele ale pitagoricienilor de mai târziu. Totuși, este imposibil de distins cu exactitate limita dintre descoperirile lui Pitagora și cele ale discipolilor săi.

Aproape două secole mai târziu, matematica a cunoscut descoperiri de o majoră importanță, prin lucrările lui Euclid din Alexandria (circa. 325 î.Hr. - 265 î.Hr.). Originar din Damasc, Euclid a fost un matematician grec, care a trăit și predat în Alexandria în Egipt în timpul domniei lui Ptolemeu I. Despre viața lui Euclid nu s-au păstrat date acurate, însă se spune că viața lui se confundă cu opera. Cea mai importantă lucrare a sa este considerată cartea “Elementele”, tradusă în peste 300 de limbi, care pune atât bazele aritmeticii, cât și pe cele ale geometriei plane și spațiale. Și astăzi, 23 secole mai târziu, se mai continuă tradiția inițiată de Euclid, de a marca sfârșitul unei demonstrații prin expresia latină: Quod erat demonstrandum sau Q.E.D., în traducere: Ceea ce era de demonstrat.

Deși este privit adesea ca proiectant de dispozitive mecanice, Arhimede din Siracuză (n. circa. 287 î.Hr. - d. 212 î.Hr.) a adus contribuții importante și în domeniul matematicii. Încă din secolul al III-lea î.Hr., a reușit să folosească mărimile infinitezimale într-un mod similar cu calculul integral modern. Folosind metoda reducerii la absurd, a putut să dea răspunsuri, cu un grad de precizie arbitrară la problemele pe care le avea, specificând limitele între care se situa rezultatul. Tehnica este cunoscută drept metoda epuizării și a fost folosită pentru a estima valoarea lui π . Arhimede a ajuns la acest rezultat desenând un poligon mare circumscris unui cerc și un poligon înscris cercului. Pentru două poligoane de 96 de laturi fiecare, el a calculat lungimile laturilor lor și a arătat că valoarea lui π se află între $3\frac{10}{71}$ (aproximativ 3.1408) și $3\frac{1}{7}$ (aproximativ 3.1429). Valorile obținute sunt comparabile cu valoarea actuală de aproximativ 3,1416. De asemenea, a demonstrat că aria cercului este egală cu raza la pătrat înmulțită cu π . În lucrarea “Despre Sferă și Cilindru”, Arhimede postulează că, orice mărime adăugată ei însăși de suficiente ori va depăși orice mărime dată. Aceasta a ramas de-a lungul timpului sub denumirea de: proprietatea lui Arhimede a numerelor reale.

Înaintând odată cu evoluția matematicii, puntea dintre Arhimede și Menelaus este reprezentată de trecerea dintr-o eră în alta. Cel din urmă, Menelaus din Alexandria (n. 70 – d. 140) a fost un matematician și astronom grec, căruia i se atribuie rezultate valoroase în domeniul geometriei, printre care teorema care îi poartă numele (teorema lui Menelaus), precum și descrierea conceptului de geodezică (o generalizare a noțiunii de linie dreaptă într-un spațiu curbiliniu).

Pappus din Alexandria (n. 290 – d. 350) a fost unul dintre ultimii mari matematicieni greci ai antichității. Contribuțiile sale se înscriu cu predilecție în domeniul geometriei, atribuindu-i-se o teoremă din geometria proiectivă.

Cea mai cunoscută lucrare a sa este “Colecția”, un compendiu matematic în opt volume, care acoperă teme variate, precum: geometria, matematica recreațională, poligoane și poliedre. Abordează chiar și problema duplicării cubului, una dintre cele trei celebre probleme nerezolvate ale antichității, probleme de construcție geometrică ce trebuia să fie rezolvate doar cu rigla și compasul.

În evul mediu, dezvoltarea a fost mai lentă, sporadică și fără rezultate remarcabile. Unul dintre motive ar putea fi faptul că accentul a fost pus pe alte domenii în afara de știință.

Mileniul II

Odată cu trecerea timpului, dorința omenerii de a dezlega misterele lumii înconjurătoare a crescut. Astfel se explică progresele făcute de oamenii de știință în toate domeniile. De asemenea, în această perioadă exista convingerea că secretul pentru înțelegerea ordinii naturale era matematică.

Unul dintre cei mai reprezentativi oameni universali ai Renașterii a fost Leonardo da Vinci. El a fost pictor, sculptor, om de știință și inventator. Aportul său deschizător de drumuri în artele plastice și forța lui de anticipare, neegalată vreodată în întreaga desfășurare istorică a științei, sunt caracteristice uriașei sale personalități, de care a fost permanent conștient. Leonardo a scris în însemnările sale, cu un an înaintea morții, cuvintele cu vibrație de bronz: „Voi dăinui”. S-au scris volume întregi despre Leonardo, înaintaș de seamă în astronomia modernă, în geometrie și mai ales în mecanică. Construirea geometrică a diferitelor forme ornamentale îl atrăgea mai mult decât rezolvarea empirică a problemei. Aici intervenea impulsul de constructor de instrumente: elaborează tot felul de unelte, îndeosebi compasuri bazate pe folosirea paralelogramului articulat, compasuri parabolice, eliptice, proporționale. Se susține că Leonardo a inițiat metoda dublă în cinematică și ar fi constatat că, în mișcarea hipocicloidă, un punct de pe arcul mobil ar descrie o elipsă. Aceasta este metoda pe care se bazează strungul eliptic, al cărui desen se găsește în manuscrisele lui Leonardo.

Unul dintre primii reprezentanți ai Renașterii care a înțeles importanța matematicii și utilitatea ei a fost Piero della Francesca. El a devenit renumit prin reprezentările sale artistice în perspectivă și prin formele geometrice, precum și prin cunoștințele teoretice formulate în scrierile sale. În timpul vieții, Piero della Francesca a fost un matematician renumit, în special în domeniul geometriei. El a scris trei mari tratate în limba latină: două de geometrie, *De prospectiva pingendi* ("Despre perspectivă în pictură") și *Libellus de quinque corporibus regularibus* ("Despre cele cinci corpuri regulate"), precum și un manual de calcul, *De Abaco*.

Cel care a prezentat pentru prima dată o imagine nouă și revoluționară a universului a fost Nicolaus Copernicus (1473-1543). După 30 de ani de muncă, el a ajuns la concluzia că Soarele este centrul universului, iar planetele gravitează în jurul său, având ani de lungimi diferite. Nici Pământul nu făcea excepție, el efectuând în fiecare an o mișcare de revoluție în jurul Soarelui și zilnic o mișcare de rotație în jurul axei proprii.

Această teorie contrazicea credința veche cum că Pământul este centrul Universului. Pentru prima oară s-a lansat și ideea că Luna ar fi satelit al Pământului. Deși nu există încă o dovadă clară care să demonstreze ideile lui Copernicus, vechiul model al lumii se prăbușea. Galileo Galilei (1564-1642) a fost unul dintre cei care au reușit să aducă dovezi care mai târziu au demontat vechea credință. El a inventat telescopul refractor, denumit ulterior “luneta Galilei”, cu ajutorul căreia a descoperit fazele planetei Venus, primii patru sateliți ai lui Jupiter și reușește să alcătuiască prima hartă a Lunii. Deși era un adept al teoriilor lui Copernicus privind Universul, el s-a lovit de opiniile autorităților religioase și a fost nevoit să renunțe la părerile sale. Cu toate acestea, el și-a continuat cercetarea în Florența, fiind în arest la domiciliu, până în 1637, când și-a pierdut vederea.

În această perioadă nu doar știința a suferit o dezvoltare extraordinară datorată în mare parte cunoștințelor de matematică și curiozității, dar și matematica însăși. Pierre Fermat (1601-1665) - consilier al parlamentului din Toulouse, și-a consacrat timpul liber cercetărilor matematice, în special în domeniul teoriei numerelor și calculului probabilităților. Notele sale matematice au fost găsite, adunate și publicate la cinci ani după moartea lui. A devenit consacrat datorită mării teoreme care-i poartă numele.

Un alt matematician a fost Blaise Pascal(1623-1662). El a fost de asemenea fizician și filosof francez, a adus contribuții valoroase în matematică prin elaborarea teoriei probabilităților, și în analiza matematică. El a pus bazele probabilității, iar la originea cercetărilor sale a stat corespondența cu Fermat pe tema rezolvării a două probleme propuse de către un pasionat de jocurile de noroc. Tot în această perioadă a descoperit triunghiul aritmetic, care astăzi îi poartă numele, și care conține coeficienții binomiali ai dezvoltării binomului și elaborarea metodei inducției matematice. A elaborat lucrarea "Elemente de geometrie" și a studiat proprietățile cicloidei (curba descrisă de un punct situat pe o circumferință / cerc, care se rostogolește pe o suprafață plană).

Odată ce s-au pus bazele teoriei universului, alte întrebări legate de astronomie și fizică au urmat. Isaac Newton este unul dintre cei care a reușit să răspundă la câteva dintre ele și să își și susțină răspunsurile. El este renumit pentru rezultatele obținute în legătură cu atracția gravitațională, dar aceasta reprezintă doar o parte din descoperirile sale. A descoperit că razele de lumină de culori diferite sunt de fapt cele care crează lumina albă și a construit primul telescop care funcționează pe principiul reflexiei. În domeniul matematicii, el a contribuit prin descoperirea formulei dezvoltării binomului , și mai ales prin crearea calculului infinitezimal (calculul diferențial și calculul integral), numit de el calculul fluxiunilor. Leibniz a realizat același lucru aproape în același timp și în mod independent. Astăzi se consideră că ei au drepturi egale în ceea ce privește descoperirea calculului diferențial și integral. În activitatea științifică, Newton a îmbinat însușirile unui mare experimentator cu cele ale unui teoretician și matematician genial.

De mii de ani, oamenii au încercat să descopere ce se ascunde în spatele fulgerelor și al trăznetelor. La început, aceste fenomene ale naturii au fost atribuite unor zei, dar cu timpul explicația a ajuns din ce în ce mai aproape de adevăr. Cu toate acestea, primul care a reușit să demonstreze că fulgerul este de fapt doar o formă de electricitate a fost Benjamin Franklin. De asemenea, Franklin a fost un inventator, printre creațiile sale numărându-se soba, ochelarii bifocali, paratrăsnetul, prima mașină de copiat și armonica. În vremea sa era extrem de cunoscut și de influent și în Europa. Franklin a fost cel care i-a convins pe englezi să retragă "Legea timbrului", respectiv i-a convins pe francezi să intervină în Războiul de Independență al Statelor Unite de partea acestora. În Statele Unite, a fost unul din semnatarii de frunte ai Declarației de Independență a Uniunii și al Constituției americane.

După ce principalele legi ale fizicii au fost descoperite, a venit rândul chimiei. Antoine Lavoisier este considerat părintele chimiei moderne. El a stabilit și demonstrat compoziția chimică a apei și a aerului. A ajutat la elaborarea sistemului metric și a denumit principalele categorii de compuși organici. A murit decapitat pe ghilotină de către revoluționarii francezi.

Louis Pasteur a fost primul care a descoperit că microbii cauzează fermentație și boală, iar pentru a-i distruge a creat procesul care îi poartă numele: pasteurizare. În plus, realizând pericolul germenilor, a popularizat sterilizarea instrumentelor medicale, ceea ce a dus la salvarea mai multor vieți.

Charles Darwin este cel mai celebru naturalist, geolog, biolog și autor de cărți. El este fondatorul teoriei evoluționiste (teoriei referitoare la evoluția speciilor). A observat că toate speciile de forme de viață au evoluat de-a lungul timpului din anumiți strămoși comuni, ca rezultat al unui proces pe care l-a numit „selecție naturală”, toate acestea fiind publicate în cea mai celebră scriere a sa, „Originea speciilor”. El a susținut că speciile nu au fost create separat, ci s-au dezvoltat într-o perioadă îndelungată din alte specii.

Cel care a pus bazele geneticii a fost Gregor Mendel. A studiat transmiterea ereditară a caracteristicilor la plante și astfel a ajuns la concluzia că ele sunt moștenite independent una de cealaltă în funcție de recesivitatea sau dominanța genei. Importanța studiilor lui nu a fost recunoscută decât în secolul XX, când a fost redescoperită.

Marie Curie, laureată cu două premii Nobel, atât pentru chimie cât și pentru fizică este, împreună cu soțul ei, cea care a descoperit radioactivitatea, a izolat elementele poloniu și radium și a descoperit plutoniul. A murit datorită expunerii îndelungate la radiații.

Albert Einstein a fost unul dintre cei mai mari fizicieni care au existat vreodată. El este recunoscut în primul rând pentru teoria relativității restrânse. Aceasta, împreună cu cea a relativității generalizate, au schimbat percepția oamenilor de știință despre univers. Einstein nu s-a manifestat doar în domeniul științei. A fost un activ militant al păcii și susținător al cauzei poporului evreu cărui îi aparținea.

John Dalton, deși cunoscut pentru descoperirea bolii care îi poartă numele, a fost de asemenea chimist. În 1803 a propus o teorie conform căreia moleculele sunt formate din atomi. Mai mult decât atât, a formulat legea presiunii parțiale.

Erwin Schrödinger (n. 12 august 1887 - d. 4 ianuarie 1961) a fost un fizician austriac, laureat al premiului Nobel pentru fizică în 1933, fiind unul din părinții fizicii cuantice. Ecuația lui Schrödinger este o ecuație care descrie modul în care se schimbă în timp starea cuantică a unui sistem fizic, sau mai pe scurt interdependența dintre spațiu și timp.

Evoluția tuturor științelor a fost marcată de revoluționara tehnologie ce primește mai târziu numele de: *computer*. Acesta fost inițial creat sub denumirea de mașină de calcul, având ca funcție rezolvarea calculelor mai complicate. Pentru aceasta, primul astfel de dispozitiv avea trei elemente de bază: un panou de control, memoria și un calculator pentru calculele aritmetice. Acest prim dispozitiv a fost creat în jurul anilor 1936-1938, primind numele de "Z1", de către inginerul german Konrad Zuse (1910-1995), pentru compania Henschel Aircraft.

Odată cu această invenție, servită înaintea declanșării celui de-al doilea Război Mondial, evoluția în acest domeniu a fost declanșată, având un impact crucial asupra tuturor celorlalte științe și tehnologii. În 1954 a fost lansat primul limbaj de programare ce a funcționat cu succes de către John Backus și IBM, numit FORTRAN. Acesta este însă capul de listă al unei interminabile enumerații, care în mileniul III ajunge să stea la baza oricărei acțiuni cotidiene.

Mileniul III

În acest mileniu, viteza cu care circulă informația este extrem de mare. Nu mai există nicio barieră, fie ea geografică sau politică, pentru ca o descoperire să nu fie împărtășită în cel mai scurt timp cu putință. Issac Newton spunea: "Am văzut atât de departe pentru că am stat pe umerii unor giganți". Astfel, acest prim secol XXI al mileniului III, supranumit și secol al informației și al vitezei, dă posibilitatea marilor descoperiri să se îmbogățească exponențial.

BIBLIOGRAFIE:

<http://www.scribde.com/stiinta/matematica/Mari-matematicieni-dea-lungul-191121481.php>

http://ro.wikipedia.org/wiki/Istoria_geometriei