

PROBLEME ALESE



PROBLEMĂ

Trei frați au fost la cules de caise. Întrebați de profesor câte caise au cules împreună, ei au răspuns: dacă se adună cel mai mare număr natural pătrat perfect de două cifre cu cel mai mic număr natural par de trei cifre și cu cel mai mic cub perfect de patru cifre, se obține numărul de caise culese. Cei trei frați au cules:

- a) 1180 de caise; b) 1183 de caise; c) 1182 de caise; d) 1185 de caise

Umor ... umor

Calculați: $F \cup B, B - C, F \times B, C \cap F \cap B$

unde: $F = \{x \in \mathbf{Z} / |x| < \frac{5}{2}\},$

$$B = \{x \in \mathbf{Z} / \frac{1}{2} < \frac{x}{3} < \frac{x+2}{4}\},$$

$$C = \{x \in \mathbf{Z} / \frac{5}{x+1} \in \mathbf{Z}\}.$$

Se dă trapezul ABCD cu $m(\angle A) = m(\angle B) = 90^\circ,$

$AB = 16\text{cm}, BC = a\sqrt{2}, AD = a.$ Calculați:

- Perimetrul și aria trapezului, AC și BD;
- Măsurile unghiurilor B și C;
- Distanța de la A la BC;
- Dacă $AD \cap BC = \{P\},$ Calculați aria triunghiului PDC.

- Bunicule, am găsit patru potcoave!

Înseamnă că o să am de patru ori noroc?

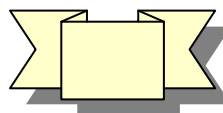
- Mai curând, înseamnă că bietul cal umblă desculț...

Fiul fotbalistului ajunge acasă, la sfârșitul anului școlar, cu carnetul de note: „Tati, contractul meu cu clasa a V-a a fost prelungit cu un an!”.

După teze, profesorul constată o mare asemănare între două teze. A doua zi, se adresează unuia dintre elevi:

- Teza ta e foarte bună, dar ... e la fel cu a lui Radu. Ce să cred despre asta?

- Că și teza lui este la fel de bună ca și a mea!





1. Arătați că numărul $z \in \mathbf{N}$, știind că: $z = \frac{\overline{xyz} + \overline{yzt} + \overline{ztx} + \overline{txy}}{x + y + z + t}$
 $z=?$

Simplificați: $\frac{y(y+1)-2}{y(y+3)+2}$

Comparați numerele:

$$a = 2^{n+2} + 3 \cdot 2^{n+1} - 9 \cdot 2^n$$

și

$$b = 2^{n+1} \cdot 5^n - 10^n,$$

unde n este număr natural.

Calculați media aritmetică și media geometrică a numerelor:

$$F = 1 + \frac{2}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \sqrt{3} + 2^3 \text{ și}$$

$$G = \left[\left(5 - \frac{9}{2} \right)^{-15} : \left(\frac{5}{2} - 3 \right)^{-16} \right]^{-2}.$$

Calculați:

Un elev a cheltuit o sumă de bani în trei zile. În prima zi, cheltuie o treime din sumă; a doua zi, o pătrime din ce a rămas; a treia zi, restul de 256 de lei. Ce sumă a avut elevul?

$$a) (-5)^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} + [(-5)^3]^4 : 5^{12} + 2^8 : 128 + (-1)^{2013} + 16;$$

$$b) 6 \cdot (-1)^{2n} + \frac{1}{2} (-1)^{2n-1} - (-1)^n, \text{ unde } n \in \mathbf{N}^*;$$

$$c) \frac{9x-2y}{x+y} \text{ unde } \frac{x}{y} = 0, (2).$$



Să se compare numerele : $a = \frac{3^{300}}{2^{450}}$; $b = \frac{8^{120}}{9^{120}}$.

Geometrie

1) Se dă trapezul ABCD în care $AD \parallel BC$, $[AB] \equiv [AD] \equiv [DC]$, $AB = a$, $BC = 2a$ și O punctul de intersecție al diagonalelor AC și BD. Pe planul trapezului se ridică perpendiculara $MO = \frac{a}{2}$.

- a) Să se afle măsurile unghiurilor ascuțite ale trapezului ABCD;
- b) Să se arate că $AC \perp AB$ și $BD \perp DC$;
- c) Să se arate că triunghiul MAB este dreptunghic;
- d) Să se determine măsura unghiului diedru format de planul MAD cu planul ABC;
- e) Să se determine aria triunghiului MDC;
- f) Să se determine măsura unghiului diedru format de planul MDC cu planul ABC.

2) Prisma dreaptă ABCDA'B'C'D' are ca bază pătratul ABCD de latură 2a. Diagonala BD' face cu planul (ADD') un unghi de 30°. Să se afle:

- 1. Distanța de la B' la AD' ;
- 2. Distanța de la D la planul (D'AC).

3) Aria dreptunghiului ABCD este 1200 cm². Se știe că $AB = 50$ cm și că $M \in (AB)$, astfel încât $MD = 40$ cm.

- a) Calculați aria triunghiului MDC;
- b) Arătați că $DM \perp MC$;
- c) Calculați distanța de la M la mijlocul segmentului (DC).



„Cine se învinge pe sine, reușește.”

CLASA A VI-A



Determinați numerele $a, b, c \in \mathbb{N}$ direct proporționale cu numerele 7, 14, 21, știind că $3(a+2b+3c)=7abc$.

Să se rezolve ecuația:

$$|x-1| + |2x-2| + \dots + |2013x-2013| = 0$$

Fie trapezul isoscel ABCD, cu $AB \parallel CD$, $AB > CD$. Linia mijlocie a trapezului este $9\sqrt{2}$ cm, diferența lungimilor bazelor este $10\sqrt{3}$ cm și înălțimea trapezului $5\sqrt{3}$ cm.

- Calculați aria trapezului ABCD.
- Calculați măsura unghiului DAB.
- Fie $DM \parallel BC$, $M \in AB$ și $N \in DM$ astfel încât $[BM] \equiv [BN]$. Arătați că $\triangle ACN$ este isoscel.

Un unghi al unui romb este de $105^\circ 25'$.

Aflați măsura unghiului format de diagonala mare cu latura rombului.

Triunghiul ABC are laturile $AB = 15$ cm, $AC = 18$ cm, $BC = 21$ cm. Fie $D \in (AB)$, astfel încât $AD = 5$ cm și $DE \parallel BC$, $EF \parallel AB$, $E \in (AC)$, $F \in (BC)$. Să se calculeze perimetrul triunghiului EFC.

PROBLEME PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ

1) Fie $N = (x+3)^2 + 2(3-x)(3+x) + (x-3)^2$.

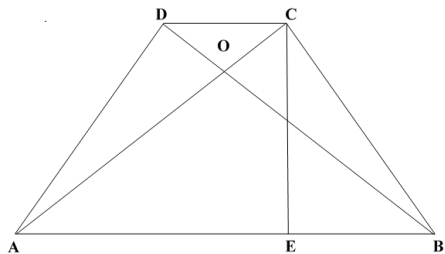
a) Calculați $(x+3)^2$ și $(3-x)(3+x)$.

2) Fie expresiile $A = \sqrt{\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{4\sqrt{27}}{\sqrt{8}} \cdot 6^{-1}}$ și

$$B = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1)$$

Arătați că $A = \sqrt{5}$.

3) Fie un trapez isoscel ABCD cu diagonalele perpendiculare între ele. Se știe că lungimea înălțimii $CE = 12$ cm.



a) Calculați $AB+CD$

b) Calculați linia mijlocie și aria trapezului.

Coorodonator: prof. Hirjaba Elena .