# „LA ŞCOALA CU CEAS”, RM.-VÂLCEA, 21.01.2007

## Clasa a III-a

**1. a)** Aflaţi valoarea lui a din: $6a = 3a$. **b)** De câte ori întâlniţi numărul 8 de la 1 la 90? **c)** În şirul de numere naturale 17, a, 8, b, c, suma oricăror trei termeni consecutivi este aceeaşi. Aflaţi diferenţa dintre a şi c.

**2.** Ştiind că suma a două numere naturale a şi b este egală cu diferenţa dintre cel mai mare număr natural de două cifre distincte şi cel mai mic număr natural mai mare decât 21, cu cifrele distincte, şi că: $x+y+a+b = 145$; $3x(x-y)-a-b = 15$, aflaţi numerele x şi y.

**3.** Produsul a două numere naturale a şi b este 96. Să se afle $6\times b\times 2$, ştiind că dacă a se micşorează cu 9, iar b se măreşte de 4 ori, produsul nu se schimbă. *(Subiecte propuse de Nicoliţa Crăciun, Ana Burduază)*

## Clasa a IV-a

**1.** Cu ajutorul a trei cifre de 5 si a două cifre de 1, folosind numai adunarea, obţineţi sumele: 17, 26, 35, 62, 71. Găsiţi toate variantele posibile!

**2.** Calculaţi: **a)** $E = a+5b+7c-88$, dacă: $a+6b = b + c$, $c = 7+7\cdot[7+7\cdot(7+7\cdot7)]$; **b)** $E = 8m+10n+4p$, ştiind că: $m+n = 25+25:5$; $n+2p = 10-5:5$; **c)** $E = \overline{aa}:a+\overline{bbb}:b-120$.

**3.** Se dau două numere naturale. Primul este cu 30 mai mare decât sfertul celuilalt număr. Împărţind cele două numere, obţinem câtul 1 şi restul 12. Aflaţi numerele.

**4.** În timpul unei excursii, la o cabană de munte a poposit un grup format din 29 de băieţi şi fete. Seara se dansează. Unul dintre băieţi a dansat cu 6 fete, al doilea cu 7 fete, al treilea cu 8 fete, al patrulea cu 9 fete şi aşa mai departe. Ultimul dintre băieţi a invitat toate fetele la dans. Calculaţi câţi băieţi şi câte fete erau în acel grup. *(Subiecte propuse de: Ion Oprea, Gheorghe Stoenescu)*

## Clasa a V-a

**1.** Determinaţi toate numerele de trei cifre care au proprietatea că prin eliminarea primei cifre se obţine un număr de cinci ori mai mic decât cel iniţial.

**2.** Determinaţi toate numerele naturale x, y care verifică relaţia: $2^x+2^y+2^{x+y} = 44$.

**3.** Avem 16 mase de 1, 2, 22, 23, ..., 215 grame şi o balanţa cu braţe egale, care poate doar să compare masele aşezate pe cele două talere, indicând care este mai mare şi care este mai mică. Masele au aspect identic şi dorim să o determinăm pe cea mai mare. Arătaţi că pentru aceasta ne sunt suficiente patru cântăriri. *(Mihai Bălună)*

**4.** Două submulţimi disjuncte A şi B ale mulţimii {1, 2, ..., 2007} au acelaşi număr *n* de elemente. Se ştie că prin împărţirea oricărui element al lui A la orice element al lui B se obţine câtul 1. Care este valoarea maximă pe care o poate avea *n*? *(Mircea Fianu)*

## Clasa a VI-a

**1.** Determinaţi cel mai mare număr $n = \overline{abcd...}$ care verifică simultan condiţiile: n are cifre distincte; toate numerele de forma $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{cd}$, ..., formate cu câte două cifre consecutive ale lui n, sunt prime.

**2.** Există numere naturale x, y astfel încât $2^x+2^{x+y}+2^{3y} = 66560$?

**3.** Se consideră un punct O, trei drepte distincte a, b, c care trec prin O şi dreptele a’, b’, c’, perpendiculare pe a, b, c duse din O. Demonstraţi că printre cele 12 unghiuri formate în jurul punctului O există patru congruente.

**4.** În fiecare clasă a VI-a dintr-o şcoală 55,(5)% din elevi sunt fete, iar numărul băieţilor este cuprins între 7 şi 14. Un elev observă că numărul tuturor elevilor este divizibil cu 25. Care este numărul minim de elevi pe care îi pot avea clasele a VI-a în aceste condiţii? *(Mircea Fianu)*

## Clasa a VII-a

**1.** În $\Delta ABC$ notăm cu M şi N mijloacele laturilor [AB] şi [AC]. Bisectoarea unghiului ABC taie dreapta MN în P. Demonstraţi că unghiul APB este drept.

**2.** Fie A mulţimea fracţiilor zecimale de forma $0,a_1a_2a_3...$, pentru care $a_k+a_{k+3} = 9$ oricare ar fi $k\in\mathbf{N}^*$. **a)** Demonstraţi că $\frac{1}{7}\in A$. **b)** Demonstraţi că toate elementele lui A sunt numere raţionale. **c)** Câte elemente de forma $\frac{1}{n}$, $n\in\mathbf{N}^*$ conţine mulţimea A? *(Mihai Bălună, Mircea Fianu)*

**3.** În interiorul unui pătrat ABCD fie un punct M astfel încât $AM = AB$ şi $m(\angle DMC) = 90°$. Arătaţi că dreapta DM trece prin mijlocul segmentului [BC].

**4. a)** Daţi exemplu de trei numere distincte a, b, c din $\mathbf{Q} \setminus \mathbf{Z}$ astfel încât numerele ab, ac, bc să fie întregi. **b)** Există 2007 numere distincte din $\mathbf{Q}\setminus\mathbf{Z}$ astfel încât produsul oricăror două să fie întreg?

## Clasa a VIII-a

**1. a)** Se consideră un cub ABCDA’B’C’D’. Demonstraţi că există un semiplan delimitat de dreapta AB’ care nu este intersectat de dreptele BC’ şi CD’. **b)** Fie a, b, c trei drepte necoplanare două câte două. Demonstraţi că există un semiplan delimitat de a care nu este intersectat de b şi c.

**2.** Pe cercul circumscris triunghiului neisoscel ABC se dau punctele M = mijlocul arcului ABC, N = mijlocul arcului BAC şi P = mijlocul arcului ACB. Arătaţi că tangentele la cerc în M, N şi mediatoarea segmentului CP sunt concurente.

**3.** Fie o pereche (x,y) de numere naturale pentru care $x^2-5^y = 51$. **a)** Arătaţi că y este par. **b)** Arătaţi că există o singură pereche cu această proprietate. *(Francisc Bozgan)*

**4.** Pe 19 cartoane pătrate de aceeaşi mărime sunt scrise în colţurile unei feţe numerele 1, 2, 3 şi 4, astfel încât în fiecare colţ este scris un singur număr iar pe fiecare carton apar toate numerele. Demonstraţi că putem alege patru dintre aceste cartoane pe care să le aşezăm unul peste altul cu faţa în sus, astfel încât suma numerelor din colţurile care se suprapun să fie aceeaşi. *(Mircea Fianu)*

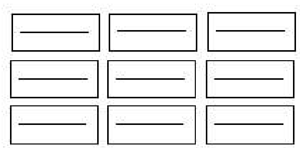
## PROBA "LA CEAS"

### Clasa a V-a

**1.** Câte numere naturale de trei cifre au produsul cifrelor zero? *(Cornel Moroti)*
**2.** Împărţind numărul 2007 la un număr de trei cifre identice se obţine restul 9. Câte astfel de numere sunt? *(Elena Drăgan)*
**3.** Printre pătrate pare / Printre numerele naturale pare / Care au exact două cifre egale / Şi sunt mai mici decât o mie / Câte pătrate perfecte oare să fie? / Atenţie! / Obţine punctajul cel mai mare, / Cine dă răspunsul prin enumerare. *(Gh. Radu)*
**4. Inginerie.** Un tren lung de 35 dam intră pe podul de la Cernavodă cu viteza de 600m/min. După 7 minute iese de pe pod. Ce lungime are podul? *(Ştefan Smărăndoiu)*

### Clasa a VI-a

**1. Problemă băţoasă.** Avem 9 beţe aşezate în 9 dreptunghiuri. Copiaţi desenul, apoi adăugaţi 3 beţe în interioarele unor dreptunghiuri, astfel încât numărul beţelor din dreptunghiurile de pe fiecare coloană să fie egal cu numărul beţelor din dreptunghiurile de pe fiecare linie. *(Ştefan Smărăndoiu)*



**2. Berbeci… pe axă.** Un berbec alb se luptă cu un berbec negru de-a lungul axei numerelor. Ei pornesc furioşi unul spre altul, cel alb de la punctul de coordonată −36, iar cel negru de la punctul de coordonată +21. Care este coordonata punctului în dreptul căruia se vor ciocni, dacă unul din ei aleargă de două ori mai repede decât celălalt? *(Gh. Radu)*
**3. Mobilitate mentală.** Într-un pătrat cu 16 căsuţe scrieţi numai cifrele 7 şi 9, astfel încât sumele pe linii şi coloane să fie 34. *(Cornel Moroti)*
**4. Ce rămâne după 2007?** Câte numere naturale împărţite la 2007 dau restul egal cu cubul câtului? *(Elena Drăgan)*

### Clasa a VII-a

**1. Pătrat magic.** În pătratul magic alăturat suma numerelor de pe fiecare linie, coloană şi diagonală este aceeaşi. Aflaţi suma a+b+c+d+e. *(Şt. Smărăndoiu, Cornel Moroti)*

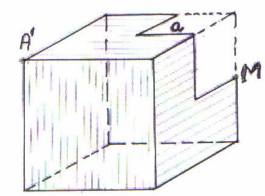
| | | |
|---|---|---|
| a | 22 | b |
| 16 | c | d |
| 23 | e | 19 |

**2. Alo… George!** Numărul de telefon al lui George este format din 6 cifre diferite de zero. Grupând cifrele convenabil, fără a modifica ordinea lor, din acest număr puteţi obţine trei pătrate perfecte de două cifre, sau două cuburi perfecte de trei cifre. Aflaţi numărul de telefon al lui George. *(Gh. Radu)*
**3. Mutare… cu cântec.** În figura alăturată avem 5 pătrate. Mutaţi două laturi astfel încât să obţineţi 4 pătrate echivalente. *(Gh. Agăpescu)*

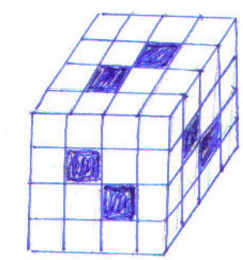
**4.** Împărţind fiecare latură a unui triunghi echilateral în *n* părţi egale şi unind punctele de diviziune cu linii paralele cu laturile triunghiului se obţin 55 romburi cu latura *n*, astfel încât oricare două dintre ele să aibă interioare disjuncte. Aflaţi numărul natural *n*. *(Elena Drăgan)*

### Clasa a VIII-a

**1. Furnica isteaţă.** Din cubul mare având suma lungimilor muchiilor egală cu 24a s-a decupat (s-a scos) cubul mic cu lungimea laturii egală cu a. O furnică merge pe suprafaţa cubului A' până în M, pe drumul cel mai scurt. Ce distanţă a parcurs ea? *(Gh. Radu)*




**2. Pătrate scoase din pătrat.** În figura alăturată, x şi y sunt exprimate prin numere naturale. Dacă aria figurii este de 33 unităţi de arie determinaţi pe x şi y. Găsiţi toate soluţiile. *(Elena Drăgan)*



**3. Tunele în cub.** În cubul din figura alăturată format din 64 de cubuleţe, identice, s-au făcut 6 găuri pătratice perpendiculare pe feţele cubului, ce traversează întregul corp. Câte cubuleţe au rămas? *(Cornel Moroti)*
**4. Pătrat magic.** Folosind o singură dată numerele din şirul 1, 2, 3, …, 16 realizăm pătratul magic din figura următoare (suma numerelor de pe fiecare linie, coloană şi diagonală este aceeaşi). Completaţi-l! *(Şt. Smărăndoiu)*

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | | | 4 |
| | 7 | 6 | 9 |
| 8 | | | 5 |
| | 2 | 3 | |