

**INSPECTORATUL SCOLAR
AL JUDETULUI ARAD**

**OLIMPIADA DA MATEMATICA
ETAPA PE CENTRU
31.01.2004**

CLASA a V-a

1. Daca $a + b = 4$ si $c=2$, unde $a, b, c \in \mathbb{N}$, calculati : $(2^a)^c \cdot (2^c)^b$.
2. La un campionat de minifotbal participa 64 de echipe. Campionatul se desfasoara in sistem eliminatoriu (nu exista meciuri egale si echipa invinsa este automat eliminata). Cate meciuri s-au desfasurat in acel campionat ? Cate meciuri a disputat echipa invingatoare?
3. In 72 curti cu pasari de casa sunt 2627 pasari de casa . Sa se arate ca , daca in fiecare curte sunt pasari, in cel putin doua din curti sunt un numar egal de pasari.
4. Aflati patratele perfecte de forma : \overline{aabb} .

*NOTA : Timp de lucru 2ore.
Toate subiectele sunt obligatorii.*

INSPECTORATUL SCOLAR
AL JUDETULUI ARAD

OLIMPIADA DE MATEMATICA
ETAPA PE CENTRU
31.01.2004

CLASA a VI-a

1. Sa se arate ca $\frac{a+b+11^{300}}{a+b+5^{450}} < \frac{a^b+197^{30}}{a^b+12^{50}}$, oricare ar fi a si b numere naturale nenule.
2. In doua magazine un aspirator de praf costa 2000000lei . Cele doua magazine fac reduceri de pret. Primul magazin face o reducere de 10% , apoi la un interval de o saptamana inca o reducere de 10% . Celalalt magazin face o singura reducere de 20% . Care va fi pretul final al aspiratorului in cele doua magazine?
3. a) Aratati ca numerele $n = \overline{abcd}$, pentru care $c=4a$ si $d=4b$ nu pot avea divizori primi mai mari ca 19.
b) Sa se arate ca numarul $2001^{2003} + 1$ nu se poate scrie ca o suma a 2001^{2002} numere naturale consecutive .
4. Se considera unghiurile adiacente $\angle AOB$ si $\angle AOC$, $m(\angle AOB) > 90^0$, $m(\angle AOC) < 90^0$. Bisectoarea $[OM$ a unghiului AOB este perpendiculara pe OC , iar bisectoarea $[ON$ a unghiului AOC formeaza cu $[OM$ un unghi de 70^0 .
 - a) Aflati masura unghiurilor AOB si AOC .
 - b) Aratati ca $[OC$ este bisectoarea unghiului format de $[OA$ si $[OR$ semidreapta opusa semidreptei $[OB$.
 - c) Fie $[OS$ astfel incat S,O,N coliniare in aceasta ordine . Calculati masura unghiului facut de bisectoarea lui SOR si bisectoarea unghiului AON .

*NOTA : Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 2 ore.*

**INSPECTORATUL SCOLAR
AL JUDETULUI ARAD**

**OLIMPIADA DE MATEMATICA
ETAPA PE CENTRU
31.01.2004**

CLASA a VII-a

- 1. Fie n un numar natural impar. Aratati ca daca a_1, a_2, \dots, a_n sunt numere intregi, iar b_1, b_2, \dots, b_n reprezinta aceleasi numere scrise in alta ordine, atunci numarul $A = (a_1 + b_1)(a_2 + b_2) \cdot \dots \cdot (a_n + b_n)$ este numar par.**
- 2. Fie triunghiul ABC si E, F, G, H proiectiile lui A pe bisectoarele unghiurilor ABC, ACB. Sa se arate ca E, F, G, H sunt coliniare.**
- 3. Sa se arate ca pentru orice $m \in \mathbb{N}^*$ expresia $E = (m + 3^m)(m + 1)(m - 1)$ se divide cu 3.**
- 4. Fie patratul ABCD si O punctul de intersectie a diagonalelor ; M, N, P, Q sunt mijloacele segmentelor AB, BO, DC, DM ; E este intersectia dreptelor NP si AC.**
 - a. Aratati ca $[NE] \perp [EP]$**
 - b. Determinati masurile unghiurilor triunghiului NPQ.**

NOTA: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru 3 ore.

INSPECTORATUL SCOLAR
AL JUDETULUI ARAD

OLIMPIADA DE MATEMATICA
ETAPA PE CENTRU
31.01.2004

CLASA a VIII -a

1. Demonstrati ca oricare ar fi numerele x, y, z rationale diferite doua cate doua , numarul $A \in \mathbb{Q}$ unde $A = \sqrt{\frac{1}{(x-y)^2} + \frac{1}{(y-z)^2} + \frac{1}{(z-x)^2}}$.
2. Fie multimile $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = m^2 + 2mn + n^2 - 1\}$, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 1 + 2n - n^2 + m - nm\}$, unde m si n sunt numere intregi . Aflati elementele multimii $A \cap B$.
3. a) Fie numarul $x = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{1000^2}$. Sa se arate ca $\{x\} < \frac{1000}{1001}$.
b) Calculati $A + 2 \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} - \dots + \frac{1}{91 \cdot 92} - \frac{1}{92 \cdot 93} \right)$, unde $A = \frac{1}{1^2 \cdot 2^2} - \frac{1}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{1}{3^2 \cdot 4^2} - \frac{1}{4^2 \cdot 5^2} + \dots + \frac{1}{91^2 \cdot 92^2} - \frac{1}{92^2 \cdot 93^2}$.
4. Se considera triunghiul ABC , $AB = 13\text{cm}$, $AC = 20\text{cm}$, $BC = 21\text{cm}$. Dintr-un punct M exterior planului (ABC) se construiesc distantele MN la plan. Distanțele de la N la AB, BC, CA sunt invers proportionale cu numerele $0,076923$, $0,047619$ si $0,05$. Daca unghiul diedru format de planul (MBC) si planul (ABC) este de 60° , sa se afle :
 - a) Tangentele unghiurilor diedre formate de planele (MAC) si (MAB) cu planul (ABC)
 - b) Distanța de la punctul N la planul (MBC) ;
 - c) Aria triunghiului MBC .

NOTA : Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.